۱۰/۷۵

۱/۷۵

(۲) $y' = 2\alpha \rightarrow m = 2\alpha$

$\frac{m}{2\alpha} = \frac{\alpha^2 - 1 - A}{\alpha} \rightarrow$

$2\alpha^2 = \alpha^2 - 1 - A \rightarrow A = -\alpha^2 - 1$

$\frac{\alpha^2 - 1 - A}{\alpha} = \frac{9}{\alpha^2 - 1 - A} \xrightarrow{A = -\alpha^2 - 1}$

$\frac{2\alpha^2}{\alpha} = \frac{9}{2\alpha^2} \rightarrow 4\alpha^2 = 1 \rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{4} \rightarrow \alpha = \pm\frac{1}{2}$

$y = 9x^2 - 1$

$\frac{-9}{\alpha^2 - 1}$ $\quad$ $\frac{\alpha}{\alpha^2 - 1}$ $\quad$ $-\alpha$ $\quad$ α $\quad$ $\frac{-1}{m}$ $\quad$ m $\quad$ A

$2\alpha^2 - 2 = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}$

جمع عرض‌ها $= 2\alpha^2 \times 2 = 2 \times \frac{1}{4} + 2 = 2/5$

(۳) $f(\alpha) = \frac{9}{2\alpha - 1}$ $\quad$ $(2/5, 9)$ $\quad$ $(-0/5, 12)$ $\quad$ $f(0) = ?$

$\rightarrow$ ما $(\alpha, \frac{9}{2\alpha - 1})$ شکل

$m = \frac{9 + 12}{2/5 + 0/5} = \frac{18}{3} = 6$ $\quad$ $f'(\alpha) = \frac{-2\alpha}{(2\alpha - 1)^2}$

$f'(\alpha) = m = 6 = \frac{-2\alpha}{(2\alpha - 1)^2} \rightarrow a = -3(2\alpha - 1)^2$ $\Rightarrow$ نقطه‌ای ما: $\begin{vmatrix} \alpha \\ -6\alpha + 3 \end{vmatrix}$

$\frac{-6\alpha + 3 - 9}{\alpha - 2/5} = 6 \rightarrow \frac{-2\alpha + 1}{\alpha - 2/5} = -2 \rightarrow -2\alpha + 1 = -2\alpha + 5 \rightarrow 4\alpha = 4 \rightarrow \alpha = 1$

$a = -3(2 - 1)^2 = -3$

$f(\alpha) = \frac{-3}{2\alpha - 1} \rightarrow f(0) = \frac{-3}{9} = \frac{-1}{3}$ (۲)

$f(x) = \sin x + \frac{1}{2}\cos x \qquad g(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$ (۵۵)

$\sin x + \frac{1}{2}\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x \rightarrow \cos x = \sin x \rightarrow x = \frac{\pi}{4}$ طول: $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{4}\right)$

$f'(x) = \cos x - \frac{1}{2}\sin x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4} = m$ ۲

$y - \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \xrightarrow{y=0} -\sqrt{3} = x - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{\pi}{4} - \sqrt{3}$ ✓

$f'(x) = 9x^2 - 9x - 12 \longrightarrow f'(x) = 0 \longrightarrow 9(x^2 - x - 2) = 0 \Rightarrow x = 2$, $x = -1$ — ۶

x	-1		2
y'	$+$	$-$	$+$
y	↑ max (۸)	↘	↑ min (-۱۹)

$\longrightarrow m_{AB} = \frac{8-(-19)}{-1-3} = -9 \longrightarrow f'(x) = -9$

$9x^2 - 9x - 12 = -9 \longrightarrow 9x^2 - 9x - 3 = 0$ $\Delta > 0$ ⟶ ۲ نقطه داریم

یکشنبه ۱۸ بهمن ۹۴ — ۲۷ ربیع الثانی ۱۴۳۷ — 7 FEB 2016

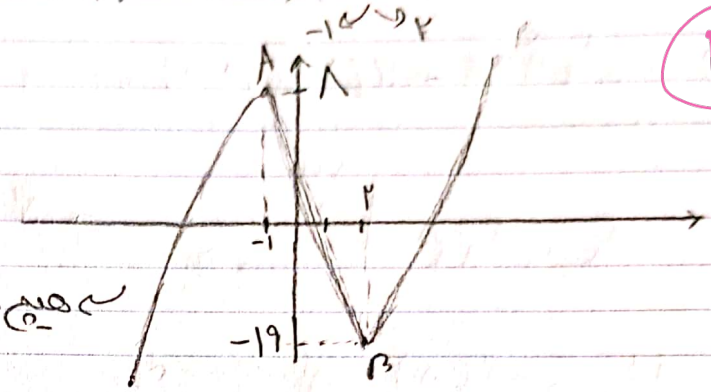
۶

$f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x + 1$

$f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 12 \longrightarrow 12x^3 - 12x^2 - 12 = 0 \longrightarrow x^2 - x - 2 = 0$

$x = -1, 2$

x	-1		2
y'	$+$	$-$	$+$
y	↑ ۸	↘	↑ -۱۹



۱٫۵

به هیچ نقطه‌ای

۷

$y = kx^4 + (k+1)x^3 \quad k < 0 \quad x_w < 0 \; , \; y_w > 0$

$\frac{-b}{3a} < 0 \longrightarrow \frac{-(k+1)}{3k} < 0$ (با $k < 0$) ⟶ $-(k+1) > 0 \Rightarrow k < -1$

$\frac{k(-(k+1))^3}{27k^3} + \frac{(k+1)(-(k+1))^2}{9k^2} > 0$

$\frac{-(k+1)^3 + 3(k+1)^3}{27k^2} = \frac{2(k+1)^3}{27k^2} > 0$ ($27k^2 > 0$) ⟶ $(k+1)^3 > 0 \Rightarrow k > -1$

$k < -1$ ⟶ بی‌شمار مقدار صحیح

۱٫۵

۷

$y' = 3kx^2 + 2(k+1)x \longrightarrow y'' = 6kx + 2(k+1) = 0 \longrightarrow x = \frac{k+1}{-3k}$

۱) $\frac{-(k+1)}{3k} < 0 \longrightarrow k < -1$ یا $k > 0$ ← نقطه‌ای عطف در ضابطه‌ی تابع است پس

۲) $\frac{-(k+1)}{3k}(k) + (k+1) > 0 \longrightarrow \frac{-(k+1)}{3} + k + 1 > 0 \longrightarrow \frac{2k+2}{3} > 0 \longrightarrow k > -1$

$1 \cap 2 \longrightarrow k > 0$

به ازای هیچ مقدار k منفی وصحیح جواب ندارد!

۸

طول $x = -\frac{b}{۳a} = \frac{-a}{۳} \rightarrow x = -\frac{a}{۳} \rightarrow \frac{-a}{۳} = -۱ \rightarrow a = ۳$

$f(-۱) = -۷ \rightarrow -۱ + ۳ - b - ۱ = -۷ \rightarrow b = -۵$

$\left\{ \frac{a}{b} = \frac{۳}{۵} \right.$

۴

$f(x) = x^۳ + ax^۲ + bx + c \qquad f'(x) = ۳x^۲ + ۲ax + b$

$f(۰) = ۴ \rightarrow c = ۴ \qquad f'(۰) = ۰ \rightarrow b = ۰$

$f'(x) = ۳x^۲ + ۲ax \rightarrow x(۳x + ۲a) = ۰ \rightarrow x = ۰ \text{ یا } x = \frac{-۲a}{۳}$

$f(x) = x^۳ + ax^۲ + ۴ \quad \left| \begin{matrix} \frac{-۲a}{۳} \\ ۰ \end{matrix} \right. \rightarrow ۰ = \frac{-۸a^۳}{۲۷} + \frac{۴a^۳}{۹} + ۴ \rightarrow -۴ = \frac{۴a^۳}{۲۷} \rightarrow a = -۳$

طول نقطه $\min = \frac{-۲(-۳)}{۳} = ۲$

۹

$f(۰) = ۴ \rightarrow c = ۴$

$f'(n) = ۰ \rightarrow ۳n^۲ + ۲an + b = ۰ \rightarrow b = ۰$

$f'(n) = ۳n^۲ + ۲an \rightarrow n(۳n + ۲a) = ۰ \rightarrow n = ۰ \text{ یا } n = -\frac{۲a}{۳}$

x		$\cdot$		$\frac{-۲a}{۳}$
y'	+		−	+
y	↑		↘	↑
			min	

$f(-\frac{۲a}{۳}) = ۰ \rightarrow \frac{-۸a^۳}{۲۷} + \frac{۴a^۳}{۹} + ۴ = ۰ \rightarrow a^۳ = -۲۷ \rightarrow a = -۳$

$n = \frac{-۲a}{۳} = \frac{-۲(-۳)}{۳} = ۲$

۱-

$\lim_{x\to0^+}\frac{f(x)}{x}=0 \to \lim_{x\to0^+}\frac{\cos^3(2x)+ax^2+b}{x}=0 \to \lim_{x\to0^+}\frac{1+b}{x}=0$

↳ $b=-1$

$\lim_{x\to0^-}\frac{f'(x)}{x}=2=\lim\frac{-6\sin(2x)\cos^2(2x)+2ax}{x}=2 \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}}$

$\lim_{x\to0^-}\frac{(-6\times2x)+2ax}{x}=2 \to 2a-12=2 \to 2a=14 \to a=7$

$a+b=7-1=6$

۲- نقاط (α,α^2-1) و $(-\alpha,\alpha^2-1)$ را درنظر می‌گیریم

$f(x)=x^2-1 \to f'(x)=2x$

در این صورت خواهیم داشت:

$f'(\alpha)\times f'(-\alpha)=-1 \to 2\alpha\times(-2\alpha)=-1 \to \alpha^2=\frac{1}{4}$

↳ $\alpha=\pm\frac{1}{2} \to f(\frac{1}{2})+f(-\frac{1}{2})=\frac{1}{4}-1+\frac{1}{4}-1=2-.5=1,5$

۴-

$f'(1)=g'(1) \to \frac{1-a^2}{(a+1)^2}=2 \to \frac{(1-a)(1+a)}{(a+1)(a+1)}=2 \to 1-a=2a+2$

$3a=-1 \to a=-\frac{1}{3}$

$f(1)=g(1) \to \frac{1-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}=2+b \to b=-1 \to a-b=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

۱۰

$f'(x)=4x^3-12x \to f'(x)=0 \to 4x(x^2-3)=0$ → $x=0$ ، $x=\pm\sqrt{3}$

x		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
y'	−	0	+	0	−	0	+
y	↘	min	↗	max	↘	min	↗

← نقاط $A(-\sqrt{3},-4)$ و $B(\sqrt{3},-4)$ نقاط min نسبی تابع هستند و شیب خط AB صفر است

$f''(x)=12x^2-12 \xrightarrow{f''=0} x=\pm1 \to$

نقاط $C(1,0)$ و $D(-1,0)$ نقاط عطف هستند و شیب این

پاره‌خط‌ها نیز صفر است پس AB و CD موازی و زاویه‌ی بین این دو صفر است