ثنا اسدفائی

۱۸,۲۵

سوال ۱

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\cos^3(2x)+4x^2+b}{x} \xrightarrow[\frac{0}{0}]{H\text{ôp}} \frac{3(2)(-\sin 2x)+2ax}{1}$$

$x\to 0$ ✓

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{f'(x)}{x} \xrightarrow[\frac{0}{0}]{H\text{ôp}} \frac{-6\sin 2x+2ax}{1} \xrightarrow{x=0} -12+2a=2$$

$a=7$

$a+b=7+0=7$

۱,۵

$1-\frac{9}{2}$

$-12\cos 2x$

Subject.
Date.

تمرینات تکمیلی ۲۷

سوال ۲

$f'(x)=2x$ ... $x^2-1=d \rightarrow x=\pm\sqrt{1+d}$

$2\sqrt{1+d}\times(-2\sqrt{1+d})=-1 \rightarrow 4(1+d)=1 \rightarrow d=\frac{-3}{4} \rightarrow x=\frac{1}{2},-\frac{1}{2}$ (۲)

$(\frac{1}{2})^2-1=\frac{-3}{4}$ $(\frac{-1}{2})^2-1=\frac{-3}{4}$ مجموع ضلع‌ها $=\frac{-3}{4}+(\frac{-3}{4})=\frac{-3}{2}$ ✓

سوال ۳

$m=\frac{4-(-14)}{2/5-(-1/5)}=7 \rightarrow 7x+b=y \xrightarrow{(2,0)} b=-9$

$7x-9=\frac{a}{2x-1}$ $f'(x)=\frac{-2a}{(2x-1)^2}=4 \rightarrow a=-2(2x-1)^2$ *

$* \rightarrow \frac{-2(2x-1)^2}{(2x-1)} \Rightarrow -9x+3=9x-9 \rightarrow x=1 \xrightarrow{1} \frac{-2a}{(2-1)^2}=4 \rightarrow a=-2$

$f(a)=\frac{-2}{10-1}=\frac{-1}{3}$ ✓ (۲)

سوال ۴

$y'=\frac{1-a^2}{(ax+1)}$ $\xrightarrow{x=1}$ $\frac{(1-a)(1+a)}{(a+1)^2}=\frac{1-a}{a+1}=2 \rightarrow a=\frac{-1}{3}$ (۲)

$x=1 \rightarrow \frac{1-1/3}{-1/3+1}=1 \rightarrow 1=2+b \rightarrow b=-1$ $a-b=-\frac{1}{3}-(-1)=\frac{2}{3}$

سوال ۵

$f(x)=g(x) \rightarrow \sin 2x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{3}{2}\sin x$

$\rightarrow \frac{1}{2}\cos x=\frac{1}{2}\sin x \xrightarrow{[0,\pi]} x=\frac{\pi}{4}$

$f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \xrightarrow{x=\pi/4} \frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{4}\times\frac{\pi}{4}+b=\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow b=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}\pi}{16} \rightarrow y=\frac{\sqrt{2}}{4}x+\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{16}\pi$

$\rightarrow x=\frac{\sqrt{2}/4-\sqrt{2}/16\times\pi}{\sqrt{2}/4}=2-\frac{\pi}{4}$

سوال ۶

$f'(x)=4x^2-4x-12=4(x-2)(x+1)=0$ ($x=2$, $x=-1$)

$f(-1)=-2-3+12+1=8$ $f(2)=2(8)-3(4)-12(2)+1=-19$

$m=\frac{-19-8}{2-(-1)}=-9$ $9x^2-6x-12=9$ (۵)

$\rightarrow 2x^2-2x-7=0 \rightarrow \Delta=4+56=60>0$ ✓ ۲ نقطه وجود دارد

سوال ۷

$f'(x)=3kx^2+2(k+1)x$ $f'(x)=6kx+2k+2=0$

$\rightarrow x=\frac{-k-1}{3}$ $\xrightarrow{\text{نامساوی}}$ $\frac{-k-1}{3}<0 \rightarrow k+1>0 \rightarrow k>-1$ (۱)

به ازای هیچ مقدار صحیح و منفی نقطه‌ی عطف نداریم چون در این رابطه صادق نیست

Subject.

Date.

سوال ۵

$f(-1) = -۴ = -1 + a - b - 1 \rightarrow -۲ = a - b$

$f'(x) = ۳x^۲ + ۲ax + b$

سوال ۹

$f(۱) = ۴ \rightarrow c = ۴ \quad f'(x) = ۳x^۲ + ۲ax + b \quad f'(۰) = ۰$

$\rightarrow b = ۰ \quad f'(x) = ۰ \rightarrow x(۳x + ۲a) = ۰ \rightarrow x = ۰ , x = \frac{-۲a}{۳}$

$f\left(\frac{-۲a}{۳}\right) = \frac{-۸a^۳}{۲۷} + \frac{۴}{۹}a^۳ + ۴ = ۰ \rightarrow \frac{۴}{۲۷}a^۳ = -۴ \rightarrow a = -۳$

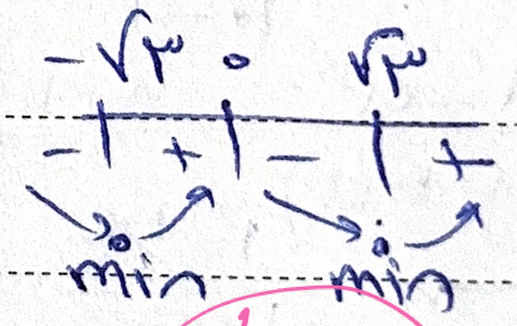
$x = \frac{-۲a}{۳} = \frac{-۲(-۳)}{۳} = ۲$ = نقطه می‌نیمم

سوال ۱۰

$f(x) = x^۴ - ۴x^۲ + ۹ \quad f'(x) = ۴x^۳ - ۱۲x$

$f'(x) = ۰ \rightarrow ۴x(x^۲ - ۳) = ۰ \rightarrow x = ۰, \pm\sqrt{۳}$

$f''(x) = ۱۲x^۲ - ۱۲ \rightarrow x = \pm ۱$ نقطه



$f(\sqrt{۳}) = ۹ - ۱۸ + ۹ = -۴ \quad f(-\sqrt{۳}) = -۴ \quad f(۱) = ۰ \quad f(-۱) = ۰$

$A(\sqrt{۳}, -۴) \; B(-\sqrt{۳}, -۴) \; C(۱, ۰) \; D(-۱, ۰)$

$y = -۴ \Leftarrow AB$ خط

$y = ۰ \Leftarrow CD$

۱۰

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=0 \to \lim_{x\to 0^+}\frac{\cos^3(2x)+ax^2+b}{x}=0 \to \lim_{x\to 0^+}\frac{1+b}{x}=0$$

$$\hookrightarrow \boxed{b=-1}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{f'(x)}{x}=2=\lim_{x\to 0^-}\frac{-4\sin(2x)\cos^2(2x)+2ax}{x}=2 \xrightarrow{\text{هم ارزی}}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{(-4\times 2x)+2ax}{x}=2 \to 2a-12=2 \to 2a=14 \to \boxed{a=7}$$

$$a+b=7-1=6$$

۸

$$\text{طول رأس}=x=-\frac{b}{2a}=\frac{-a}{3} \to x=-\frac{a}{3} \to \frac{-a}{3}=-1 \to a=3$$

$$f(-1)=-2 \to -1+3-b-1=-2 \to b=-5$$

$$\begin{cases} \frac{a}{b}=\frac{3}{5} \end{cases}$$

۱۰

$$f'(x)=4x^3-12x \to f'(x)=0 \to 4x(x^2-3)=0 \xrightarrow{x\neq 0} x=\pm\sqrt{3}$$

x	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$
y'	$-$ 0 $+$	0	$-$ 0 $+$
y	↘ min	↑ max	↘ ↑ min

نقاط $A(-\sqrt{3},-4)$ و $B(\sqrt{3},-4)$ نقاط min نسبی تابع هستند و شیب خط AB صفر است ←

$$f''(x)=12x^2-12 \to x=\pm 1 \to$$

نقاط $C(1,0)$ و $D(-1,0)$ نقاط عطف هستند و شیب این

پاره‌خط‌ها نیز صفر است پس AB و CD موازی و زاویه بین این دو صفر است