میرا غفارزاده

۱

$f(0)=0$ ۱٫۵

$1+b=0$

$\Rightarrow b=-1$

$f'(0)=0$

$\lim_{x\to 0}\frac{f'(x)}{x} \overset{hop}{=} \lim_{x\to 0} f''(x)=2$

$f''(0)=2a=2 \Rightarrow a=1$

$a+b=0$

۲

$f'(m)\cdot f'(-m)=-1$ ۱

$2m\cdot(-2m)=-1$

$\Rightarrow 4m^2=1$

$\Rightarrow m=\pm 1$

$f(1)=0$

$0+0=0$

۳

$m=\frac{6+12}{2.5+\frac{1}{2}}$

$y+12=6(x+\frac{1}{2})$

$y=6x-9$

$6x-9=\frac{a}{2x-1}$

$12x^2-24x+9-a=0$

$\Delta=24^2-4\times 12(9-a)=0$

$\Rightarrow a=-3$

$f(5)=\frac{-3}{10-1}=-\frac{1}{3}$

۴ ۱۴٫۵

$\frac{1+a}{a+1}=2+b \Rightarrow b=-1$

$\frac{x+a}{ax+1}=2x-1$

$2ax^2+(-a+1)x-1-a=0$

$\Delta=0 \quad a^2-2a+1+8a+8a^2=0$

$\Rightarrow a=-\frac{1}{3}$

$a-b=\frac{2}{3}$

۵

$\frac{3}{2}\sin x=\sin x+\frac{1}{2}\cos x$

$\Rightarrow \sin x=\cos x \Rightarrow x=\frac{\pi}{4}$

$f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x$ ۱٫۵

$f'(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$f(\frac{\pi}{4})=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

$(y-\frac{3\sqrt{2}}{4})=\frac{\sqrt{2}}{4}(x-\frac{\pi}{4})$

$\xrightarrow{y=0} x=\frac{\pi-12}{4}$

۶

$f'(x)=6x^2-6x-12=0$

$\Rightarrow x=\begin{cases}-1 \Rightarrow f(-1)=8\\ 2 \Rightarrow f(2)=-19\end{cases}$

$m=\frac{-19-8}{2+1}=-9$

$6x^2-6x-12=-9$

$\Rightarrow 6x^2-6x-3=0$

۲

$\Delta>0$

۲ نقطه

[illegible]

(۷)

$$f'(x) = 3kx^2 + 2(k+1)x$$

$$f''(x) = 6kx + 2k + 2 = 0$$

۲

$$\Rightarrow x = \frac{-k-1}{3k} < 0$$

$$\begin{array}{ccccc} & -1 & & 0 & \\ - & | & + & | & - \end{array}$$

(۸)

$$-4 = -1 + a - b - 1$$

$$\Rightarrow a - b = -2$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$f''(x) = 6x + 2a$$

$$-6 + 2a = 0$$

۲

$$\Rightarrow a = +3$$

$$\Rightarrow b = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$$

(۹)

$$f(0) = c = 4$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$f'(0) = b = 0$$

۱٫۲۵

$$f\left(\frac{-a}{3}\right) = \frac{4}{2} = 2$$

$$f\left(-\frac{a}{3}\right) = -\frac{a^3}{27} + \frac{a^3}{9} + 4 = 2 \Rightarrow a = \frac{3\sqrt[3]{-2}}{2}$$

۱-

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=0 \to \lim_{x\to 0^+}\frac{\cos^3(2x)+ax^2+b}{x}=0 \to \lim_{x\to 0^+}\frac{1+b}{x}=0 \to \boxed{b=-1}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{f'(x)}{x}=2=\lim\frac{-6\sin(2x)\cos^2(2x)+2ax}{x}=2 \xrightarrow{\text{هم ارزی}}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{(-6\times 2x)+2ax}{x}=2 \to 2a-12=2 \to 2a=14 \to \boxed{a=7}$$

$$a+b=7-1=6$$

۲-

نقاط (α,α^2-1) و $(-\alpha,\alpha^2-1)$ را در نظر میگیریم

$$f(x)=x^2-1 \to f'(x)=2x$$

$$f'(\alpha)\times f'(-\alpha)=-1 \to 2\alpha\times(-2\alpha)=-1 \to \alpha^2=\frac{1}{4}$$

در این صورت خواهیم داشت:

$$\alpha=\pm\frac{1}{2} \to f(\tfrac{1}{2})+f(-\tfrac{1}{2})=\frac{1}{4}-1+\frac{1}{4}-1=2-/5=1/5$$

۵-

$$f(x)=g(x) \to \sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{3}{2}\sin x \to \sin x=\cos x \xrightarrow{0<x<\pi} x=\frac{\pi}{4}$$

$$f(\tfrac{\pi}{4})=\sin\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt2}{2}+\frac{\sqrt2}{4}=\frac{3\sqrt2}{4}$$

$$f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \to f'(\tfrac{\pi}{4})=\frac{\sqrt2}{2}-\frac{\sqrt2}{4}=\frac{\sqrt2}{4}$$

معادله خط بر حسب $\frac{\pi}{4}$ $\to$ $y-\frac{3\sqrt2}{4}=\frac{\sqrt2}{4}(x-\frac{\pi}{4}) \xrightarrow{y=0} \cancel{\frac{\sqrt2}{4}}(x-\frac{\pi}{4})=-\frac{3\cancel{\sqrt2}}{\cancel{4}} \to \boxed{x=\frac{\pi}{4}-3}$

۷

$$y'=3kx^2+2(k+1)x \to y''=6kx+2(k+1)=0 \to x=\frac{k+1}{-3k}$$

نقطه عطف در ناحیه دوم است پس ←

1

$$\frac{-(k+1)}{3k}<0 \to \begin{array}{ccc} & -1 & 0 \\ - & + & - \end{array} \to k<-1 \ \text{یا}\ k>0$$

2

$$\frac{-(k+1)}{3k}(k)+(k+1)>0 \to \frac{-(k+1)}{3}+k+1>0 \to \frac{2k+2}{3}>0 \to k>-1$$

$$1\cap 2 \to k>0$$

به ازای هیچ مقدار k منفی و صحیح جواب ندارد!

۹

$f(0)=4 \rightarrow \boxed{c=4}$

$f'(x)=0 \rightarrow 3x^2+2ax+b=0 \rightarrow \boxed{b=0}$

$f'(x)=3x^2+2ax \rightarrow x(3x+2a)=0$ ← $x=0$ یا $x=-\frac{2a}{3}$

x		0		$-\frac{2a}{3}$	
y'	$+$		$-$		$+$
y	$\nearrow$		$\searrow$	min	$\nearrow$

$f(-\frac{2a}{3})=0 \rightarrow \frac{-8a^3}{27}+\frac{4a^3}{9}+4=0 \rightarrow a^3=-27 \rightarrow \boxed{a=-3}$

$x=\frac{-2a}{3}=-\frac{2(-3)}{3}=\boxed{2}$

۱۰

$f'(x)=4x^3-12x \rightarrow f'(x)=0 \rightarrow 4x(x^2-3)=0$ ← $x=0$ ، $x=\pm\sqrt{3}$

x		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\searrow$	min	$\nearrow$	max	$\searrow$	min	$\nearrow$

← نقاط $A(-\sqrt{3},-4)$ و $B(\sqrt{3},-4)$ نقاط min منحنی تابع هستند و شیب خط AB صفر است

$f''(x)=12x^2-12 \xrightarrow{f''=0} x=\pm 1 \rightarrow$

نقاط $C(1,0)$ و $D(-1,0)$ نقاط عطف هستند و شیب این پاره‌خط نیز صفر است پس AB و CD موازی و زاویه بین این دو صفر است