DATE: SUB:

۲۰ آفرین

کیمیا امیری نیا

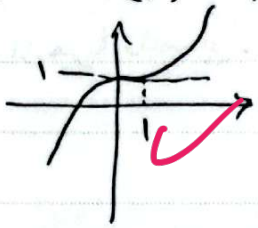
۱) $y = x^3 - 3x^2 + 3x$

الف) $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2$

$y' = 0 \rightsquigarrow x = 1 \;,\; y = 1 \qquad A(1,1) \rightsquigarrow$ نقطه عطف

ب)

x		1	
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$		$\nearrow$
	$-\infty$		$+\infty$



۲) $y = \dfrac{-x^2+3}{x^2} \qquad y' = \dfrac{(-2x)(x^2) - (2x)(-x^2+3)}{x^4} = \dfrac{-x^2-1}{x^3}$

$y' = 0 \rightsquigarrow x = -1,\; y = 3 \qquad A(-1,3)$ نقطه عطف

ب) $y = \dfrac{x^2}{x^2-1} \rightarrow y' = \dfrac{(2x)(x^2-1) - (2x)(x^2)}{(x^2-1)^2} = \dfrac{x^4 - 2x^2}{(x^2-1)^2}$

$y' = 0 \rightsquigarrow x = 0,\; y = 0 \qquad B(0,0)$

$x = \sqrt{2},\; y = \dfrac{2\sqrt{2}}{2} \qquad C\left(\sqrt{2}, \dfrac{2\sqrt{2}}{2}\right)$

$x = -\sqrt{2},\; y = \dfrac{-2\sqrt{2}}{2} \qquad D\left(-\sqrt{2}, \dfrac{-2\sqrt{2}}{2}\right)$

۲ نقاط بحرانی

۳) الف) $y = \dfrac{-x^2+3x+1}{x-1} \rightsquigarrow y' = \dfrac{(-2x+3)(x-1) - (-x^2+3x+1)}{(x-1)^2} = \dfrac{-x^2+2x-2}{(x-1)^2}$

$-x^2+2x-2 \rightsquigarrow \Delta = 4 - 8 < 0$ ext ندارد

ب) $y = \dfrac{x^2-3x+2}{x-1} = \dfrac{(x-1)(x-2)}{x-1} = x-2 \qquad x \neq 1$

تابع خطی است، ext ندارد.

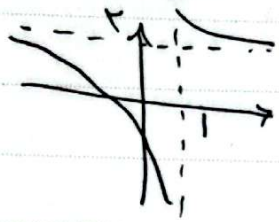
Elipon

DATE: SUB:

④ $y=\frac{2x+3}{x-1}$

الف) $x=1$ مجانب عمودی — $y=2$ مجانب افقی

ب)



از هر ۴ ناحیه می‌گذرد

⑤ $y=\frac{ax+4}{x-b}$ $(2,3)$ کم‌ترین مخرج $\leftarrow a$

الف) $b=2$ ، $a=3$

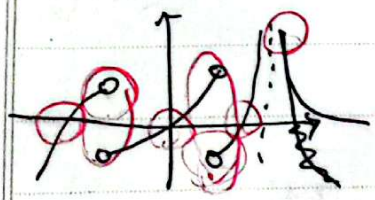
ب) $\frac{3x+4}{x-2} \rightsquigarrow -\frac{-2x-4}{x-3} = \frac{2x+4}{x-3}$

⑥ $y=\frac{3x+1}{x-2}$ $(2,3)$ مرکز تقارن

مرکز تقارن ← باید تنها معادله‌ها جواب بده

$\begin{cases} y=x+1 \\ y=-x+5 \end{cases}$

⑦ خطا. بحرانی نقاطی است که f' در آن وجود ندارد یا برابر ۰ است.



نقطه بحرانی

⑧ $y=|x^2-ax+2|$ $\rightsquigarrow \Delta>0 \rightsquigarrow a^2>8$ $\begin{matrix} a>2\sqrt{2} \\ a<-2\sqrt{2} \end{matrix}$

۳ نقطه بحرانی شامل ۲ ریشه و نقطه اکسترمم

Elipon

DATE: SUB:

⑨ $y=\frac{x^2+2}{x^2+x+2} \rightsquigarrow y'=\frac{(2x)(x^2+x+2)-(2x+1)(x^2+2)}{(x^2+x+2)^2}$

$=\frac{x^2-2}{(x^2+x+2)^2} \longrightarrow y'=0 \longrightarrow x=\pm\sqrt{2}$

$\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon+\sqrt{2}}\right)\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon-\sqrt{2}}\right)=\frac{16}{14}=\frac{8}{7}$

⑩ $y=x^2+ax+b \qquad \frac{-a}{1}=-2+1 \rightsquigarrow a=1$

$b=(-2)(1) \rightsquigarrow b=-2$

$y=(x^2+x-2)^2 \rightsquigarrow y'=2(2x+1)(x^2+x-2)$

$\frac{-1}{2}$ ↘ $-2,1$ ↗

	-2	$-\frac{1}{2}$	1	
y'	$-$	$+$	$-$	$+$
y	↘	↗	↘	↗

$x=\frac{-1}{2} \rightsquigarrow$ نی max

$y=(x^2+x-2)^4 \rightsquigarrow y'=4(2x+1)(x^2+x-2)^3$

$\frac{-1}{2}$ ↘ $-2,1$ ↗

	-2	$-\frac{1}{2}$	1	
y'	$-$	$-$	$+$	$+$
y	↘	↘	↗	↗

$x=\frac{-1}{2} \rightsquigarrow$ نی min

$\frac{-1}{2}-\left(\frac{-1}{2}\right)=0$

Elipon