تکلیف شماره ی ۸ — سرنام خدا — هفتم ریاضی — دوازدهم دبیرستان B

۲ آذرین خیر عالی و کامل ت

(۱) الف) نقاط بحرانی: $f'(x)=0$ یا $f'(x)$ وجود ندارد

$f(x)=y=x^3-3x^2+3x$

$y'=3x^2-6x+3 \xrightarrow{y'=0} 3x^2-6x+3=0 \Rightarrow x^2-2x+1=0 \Rightarrow \boxed{x=1}$

$y=(x-1)^3+1$ — راه ۲، $(x-1)^3+1$

(۲) الف) $y=\frac{-x^3+4}{x^2} \Rightarrow f'(x)=\frac{-3x^2(x^2)-(2x)(-x^3+4)}{x^4}=\frac{-3x^4+2x^4-8x}{x^4} \Rightarrow$

$f'(x)=\frac{-x^4-8x}{x^4} \longrightarrow f'(x)=0 \Rightarrow -x(x^3+8)=0$

$\boxed{x=0}$ $\boxed{x=-2}$ بحرانی

نقطه صفر در دامنه تابع وجود ندارد x.

ب) $y=f(x)=\frac{x^3}{x^2-1} \Rightarrow f'(x)=\frac{3x^2(x^2-1)-(2x)(x^3)}{(x^2-1)^2}=\frac{3x^4-3x^2-2x^4}{(x^2-1)^2}=\frac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2}$

$f'(x)=0 \Rightarrow x^4-3x^2=0 \Rightarrow x^2(x^2-3)=0 \Rightarrow \boxed{x=0}$ $\boxed{x=\pm\sqrt{3}}$

نقطه $x=1$ جزو دامنه نمی باشد

(۳) الف) $f(x)=\frac{-x^2+3x+1}{x-1} \Rightarrow f'(x)=\frac{(-2x+3)(x-1)-(-x^2+3x+1)}{(x-1)^2}=\frac{-2x^2+2x-3+x^2-3x-1}{(x-1)^2}=\frac{-x^2-x-4}{(x-1)^2}$

f هیچ نقطه ی بحرانی ندارد پس تابع کلاً نزولی می باشد و $x=1$ چون جزو دامنه نیست پس تابع extra نسبی یا مطلق ندارد.

ب) $f(x)=\frac{x^2-5x+2}{1-x} \Rightarrow f'(x)=\frac{(2x-5)(1-x)-(-1)(x^2-5x+2)}{(1-x)^2}=\frac{2x-2x^2-5+5x+x^2-5x+2}{(1-x)^2}=\frac{-x^2+2x-3}{(1-x)^2}$

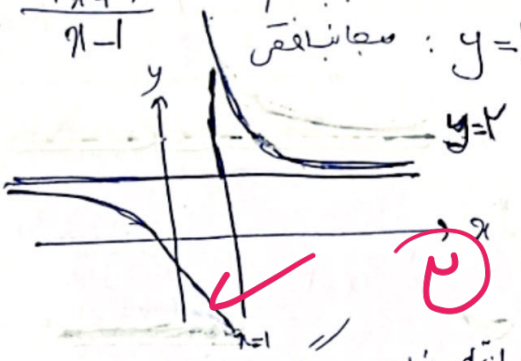
صورت اول باید ساده کرد: $\frac{-x^2+2x-1}{(1-x)^2}=\frac{-(x-1)^2}{(1-x)^2}=-1$

$f'(x)=-1 \longrightarrow f(x)=\frac{(x-3)(1-x)}{(1-x)}=x-3$

تابع خط $x-3$ بی نهایت نقطه اکسترمم نسبی یا مطلق دارد.

۱۴) الف)

$y = \frac{2x+3}{x-1}$ مجانب قائم: $x=1$ ، مجانب افقی: $y=2$



از نمای نواحی برآورد

ب)

$y' = \frac{-5}{(x-1)^2}$ ← ضابطه نزولی

ج) (۲و۳) ← مرکز تقارن ← محل برخورد مجانب‌ها

$x-b=0 \Rightarrow x=b=2$

الف)

مجانب قائم $x=2$

مجانب افقی $y=3$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = a = 3$

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = -\infty$

ب)

$y = \frac{3x+4}{x-2} \Rightarrow yx - 2y = 3x + 4 \Rightarrow x(y-3) = 2y+4 \Rightarrow x = \frac{2y+4}{y-3}$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+4}{x-3}$

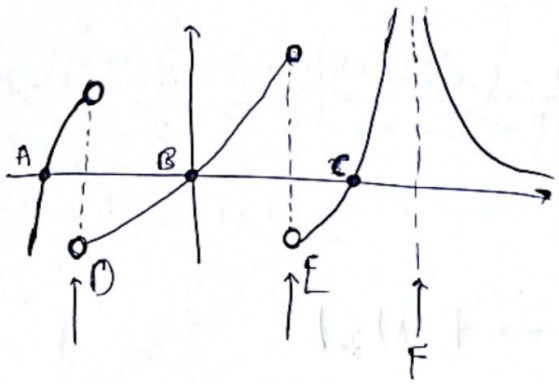
د) محل برخورد مجانب‌ها: (۲و۳)

$y = \frac{3x+1}{x-2}$

$y-3 = 1(x-2) \rightarrow y = x+1$

$y-3 = -1(x-2) \rightarrow y = -x+5$

۱۵) $f'(x)$



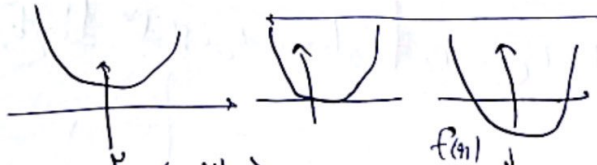
در نقاط برآن مشتق صفر است یا وجود ندارد (یا از دامنه‌اش خارج است)

در ۳ نقطه مشتق صفر شده (A و B و C)

در ۳ نقطه مشتق وجود ندارد (D و E و F)

۱۶) $y = |x^2 - 9x + 2|$

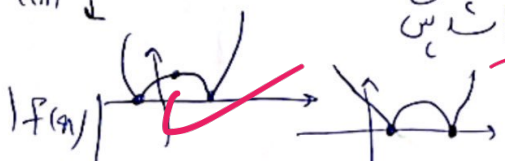
حالتی مورد نظر است که تابع داخل قدر مطلق دارای ۲ ریشه باشد پس



$\Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 4(2) > 0$

$a^2 > 8 \rightarrow a > 2\sqrt{2}$

$\hookrightarrow a < -2\sqrt{2}$



(9)

$$y=\frac{x^2+2}{x^2+x+2} \longrightarrow y'=\frac{2x(x^2+x+2)-(2x+1)(x^2+2)}{(x^2+x+2)^2} \Rightarrow$$

$$y'=\frac{2x^3+2x^2+4x-2x^3-x^2-2x-2}{(x^2+x+2)^2}=\frac{x^2-2}{(x^2+x+2)^2}$$

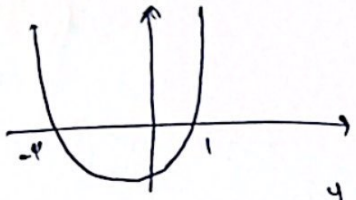
x	$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$	
f'	+	0	−	0 +
f	↗	max	↘	min ↗

$$x=-\sqrt{2} \longrightarrow y=\frac{4}{2-\sqrt{2}+2}=\frac{4}{4-\sqrt{2}}$$

$$x=\sqrt{2} \longrightarrow y=\frac{4}{2+\sqrt{2}+2}=\frac{4}{4+\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{4-\sqrt{2}}\times\frac{4}{4+\sqrt{2}}=\frac{16}{14}=\frac{8}{7}$$

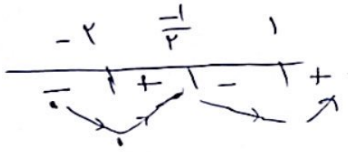
(10)



$$y=x^2+ax+b \\ y=(x-1)(x+2)=x^2+x-2 \Big\} \Rightarrow a=1,\ b=-2$$

$$y=(x^2+ax+b)^2=(x^2+x-2)^2$$

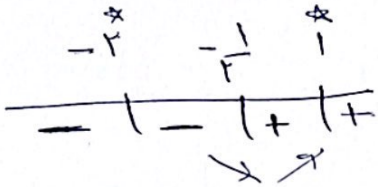
$$y'=2(x^2+x-2)(2x+1) \xrightarrow{y'=0} x=-2,\ x=1,\ x=-\frac{1}{2}$$



طول max نقطة $x=\frac{-1}{2}$ ~~$\Rightarrow y=\frac{1}{4}-2=\frac{-9}{4}$~~

(2)

$$y=(x^2+x-2)^3 \Rightarrow y'=3(x^2+x-2)^2(2x+1)=3(x+2)^2(x-1)^2(2x+1)$$



طول نقطة min نسبي : $x=\frac{-1}{2}$

اختلاف طولها $=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=0$