

f(x) = y = x^3 - 3x^2 + 3x

y' = 3x^2 - 6x + 3 = 0

3x^2 - 6x + 3 = 0 → x^2 - 2x + 1 = 0 ⇒ x = 1

الف) فقط بحرانی

F'(x) = 0  
F'(x) = 0  
نقطه

y = (x-1)^3 + 1



(x-1)+1 (1, 1)

الف) y = -x^4 + x^3

F'(x) = -4x^3 + 3x^2 = 0 ⇒ F'(x) = -x^2(4x - 3) = 0

f'(x) = -4x^3 + 3x^2 = 0

F'(x) = 0 ⇒ -x(x^3 + 1) = 0

نقطه بحرانی در دامنه تابع وجود ندارد x

ب) y = x^3 / (x^2 - 1)

F'(x) = (3x^2(x^2-1) - (2x)(x^3)) / (x^2-1)^2 = (3x^4 - 3x^2 - 2x^4) / (x^2-1)^2 = (x^4 - 3x^2) / (x^2-1)^2

F'(x) = 0 ⇒ x^4 - 3x^2 = 0 ⇒ x^2(x^2 - 3) = 0 ⇒ x = 0, ±√3

نقطه بحرانی در دامنه تابع

الف) f(x) = (-x^2 + 4x + 1) / (x - 1) ⇒ F'(x) = (-2x + 4)(x - 1) - (-x^2 + 4x + 1) / (x - 1)^2 = (-x^2 + 4x - 2) / (x - 1)^2

f' همواره منفی است پس تابع الگرا نزولی می باشد و x=1 هم بحرانی نیست پس نقطه بحرانی ext نمی باشد.

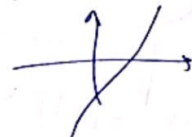
ب) f(x) = (x^2 - 2x + 1) / (x - 1) ⇒ f'(x) = (2x - 2)(x - 1) - (x^2 - 2x + 1) / (x - 1)^2 = (2x^2 - 2x - x^2 + 2x - 1) / (x - 1)^2 = (x^2 - 1) / (x - 1)^2 = 1

(x^2 - 2x + 1) / (x - 1)^2 = (x - 1)^2 / (x - 1)^2 = 1

هون اول با ساده کرد

f(x) = (x - 1)(x - 1) / (x - 1) = x - 1 → f'(x) = 1

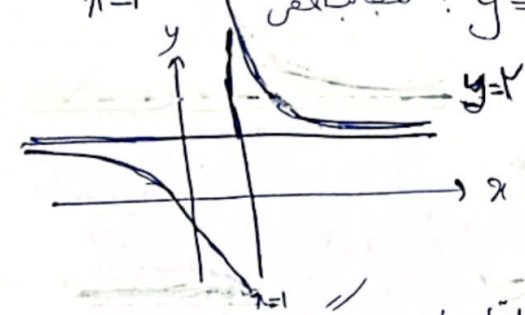
تابع خط x-1 در همه نقاط ext نمی باشد



$$y = \frac{2x+3}{x-1}$$

مجانبت کاف :  $x=1$   
مجانبت افق :  $y=2$

(الف) (ک)



$$y' = \frac{-5}{(x-1)^2}$$

تدریسی

از تمام نواحی میگذرد

مجانبت عمودی :  $x=2$   
مجانبت افقی :  $y=3$

حل به خود در مجانب ها (۲۳)

$$x-b=0 \Rightarrow x=b=2$$

$$a=3$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$$

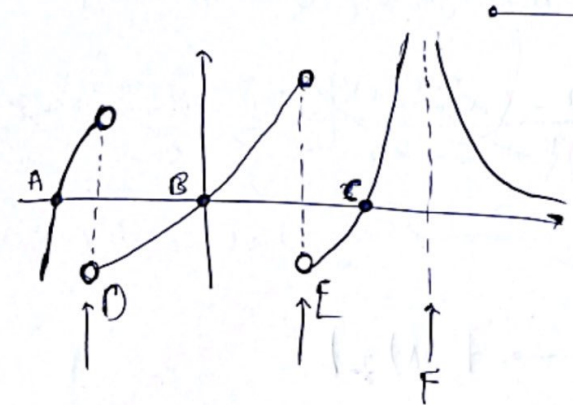
$$y = \frac{3x+5}{x-2} \Rightarrow yx - 2y = 3x+5 \Rightarrow x(y-3) = 2y+5 \Rightarrow x = \frac{2y+5}{y-3}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{2y+5}{y-3}$$

حل به خود در مجانب ها: (۳۳)  $y = \frac{3x+1}{x-2}$

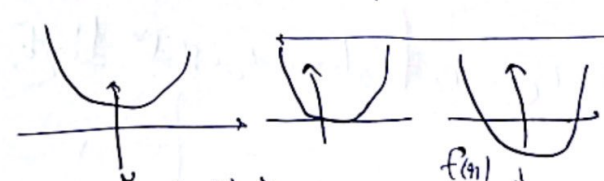
$$y-3 = 1(x-2) \rightarrow y = x+1$$

$$y-3 = -1(x-2) \rightarrow y = -x+5$$



در نقطه صفر از مشتق صفر است  
وجود ندارد در نقاطی  
(از امتداد)

در ۳ نقطه مشتق صفر است  
(A و B و C)  
در ۳ نقطه مشتق وجود ندارد  
(D, E, F)

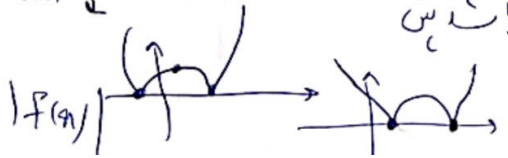


$$y = |x^2 - ax + 2|$$

حالتی موجود نظرات که تابع  
طبیعی ۲ درجه ای است پس

$$\Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 4 > 0$$

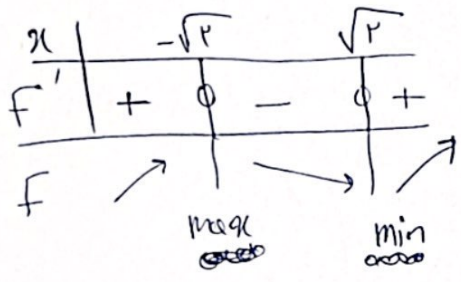
$$a^2 > 4 \Rightarrow a > 2 \vee a < -2$$



$\Delta > 0$

$$y = \frac{x^2 + 2}{x^2 + x + 2} \rightarrow y' = \frac{2x(x^2 + x + 2) - (2x + 1)(x^2 + 2)}{(x^2 + x + 2)^2} \Rightarrow$$

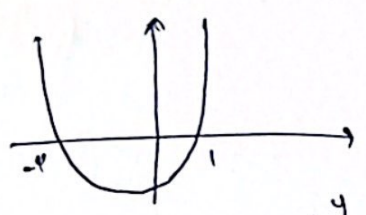
$$y' = \frac{2x^3 + 2x^2 + 4x - 2x^2 - 4x - 2}{(x^2 + x + 2)^2} = \frac{x^2 - 2}{(x^2 + x + 2)^2}$$



$$x = -\sqrt{2} \rightarrow y = \frac{2}{2 - \sqrt{2} + 2} = \frac{2}{4 - \sqrt{2}}$$

$$x = \sqrt{2} \rightarrow y = \frac{2}{2 + \sqrt{2} + 2} = \frac{2}{4 + \sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{4 - \sqrt{2}} \times \frac{2}{4 + \sqrt{2}} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

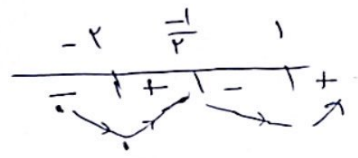


$$y = x^2 + ax + b$$

$$y = (x-1)(x+2) = x^2 + x - 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

$$y = (x^2 + ax + b)^2 = (x^2 + x - 2)^2$$

$$y' = 2(x^2 + x - 2)(2x + 1) \xrightarrow{y'=0} \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

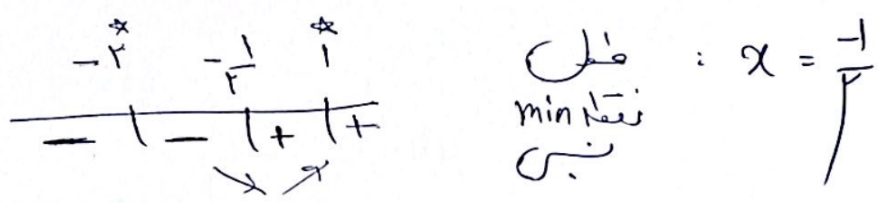


محل نیمی

$x = -\frac{1}{2}$

 ~~$y = \frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$~~

$$y = (x^2 + x - 2)^2 \Rightarrow y' = 2(x^2 + x - 2)(2x + 1) = 2(x+2)(x-1)(2x+1)$$



$$\text{اختلاف مخرج} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$