کلاس: سه‌شنبه‌ها
تکلیف (۳)

بسم الله الرحمن الرحیم

نیلوفر صبری

Subject: .... Date: ۵ ....

سؤال ①

$y=\frac{x^۲+x+۲}{x-۱} \Rightarrow yx-y=x^۲+x+۲$

$\Rightarrow x^۲+x-yx+۲+y=۰$

$\Rightarrow x^۲+(۱-y)x+۲+y=۰ \qquad x=\frac{-(۱-y)\pm\sqrt{(۱-y)^۲-۴(۲+y)}}{۲}$

$\Delta\geq ۰ \Rightarrow (۱-y)^۲-۴(۲+y)\geq ۰ \Rightarrow$

$y^۲+۱-۲y-۸-۴y \Rightarrow y^۲-۶y-۷\geq ۰ \quad (y+۱)(y-۷)$

$\begin{array}{ccc} -۱ & & ۷ \\ \hline + & - & + \end{array}$

$$\boxed{R_f=(-\infty,-۱]\cup[۷,+\infty)}$$

سؤال ②

الف) $y=۲x^۲-۵x+۱ \xrightarrow{\text{روش ②}} \frac{-b}{۲a}=\frac{۵}{۴} \longrightarrow$

$۲\left(\frac{۲۵}{۱۶}\right)-۵\left(\frac{۵}{۴}\right)+۱=-\frac{۱۷}{۸} \Rightarrow \boxed{R_f=\left[-\frac{۱۷}{۸},+\infty\right)}$

ب) $y=\sqrt{-x^۲+۶x-۵} \xrightarrow{\text{روش ②}} \frac{-b}{۲a}=\frac{-۶}{-۲}=۳ \longrightarrow -(۳)^۲+۶(۳)-۵$

$\Rightarrow \boxed{۴} \Rightarrow \sqrt{(-\infty,۴]} \Rightarrow \boxed{R_f=[۰,۲]}$

ج) $\sqrt{x^۷-۳x^۲+۴x+۱} \Rightarrow \sqrt{\mathbb{R}} \Rightarrow \boxed{R_f=[۰,+\infty)}$

د) $\log^{(x^۳-۶x^۲+۷x+۴)}=\log^{\mathbb{R}} \Rightarrow \boxed{R_f(-\infty,+\infty)}$

سؤال ③

الف) $y=\frac{۳x+۱}{۲x-۶} \Rightarrow R_f=\mathbb{R}-\left\{\frac{۹}{۶}\right\} \Rightarrow \boxed{R_f=\mathbb{R}-\left\{\frac{۳}{۲}\right\}}$

ب) $y=\sqrt{\frac{۴x+۱}{x-۲}}=\sqrt{\mathbb{R}-\{۴\}}=\boxed{R_f=[۰,+\infty)-\{۲\}}$

ج) $y=\frac{x^٢+٤}{\sqrt{x^٢+٣}} \Rightarrow \frac{(\sqrt{x^٢+٣})^٢+١}{\sqrt{x^٢+٣}} = \sqrt{x^٢+٣}+\frac{١}{\sqrt{x^٢+٣}}$

کمترین مقدار $\Rightarrow x=٠ \Rightarrow \sqrt{٠+٣}+\frac{١}{\sqrt{٣+٠}} = \sqrt{٢}+\frac{١}{\sqrt{٣}} = \frac{٤\sqrt{٣}}{٣}$

$$\boxed{R_f=\left[\frac{٤\sqrt{٣}}{٣},+\infty\right)}$$

④ $y=x^٢+\frac{١}{x^٢+٤} \Rightarrow x^٢+٤+\frac{١}{x^٢+٤}-٤$

$\Rightarrow x=٠ \rightarrow y=٤+\frac{١}{٤}-٤=\frac{١}{٤} \Rightarrow \boxed{R_f=\left[\frac{١}{٤},+\infty\right)}$

سوال ④

روش اصلی = $y=\frac{٣x^٢+٤}{x^٢-١} \Rightarrow yx^٢-y=٣x^٢+٤$

$٣x^٢-yx^٢+٤+y=٠$ $\qquad x=\frac{٠\pm\sqrt{٠-٤(٣-y)(٤+y)}}{٢(٣-y)} \Rightarrow$

$(٣-y)x^٢+٤+y$

$\Delta\geq٠ \Rightarrow -٤(٣-y)(٤+y)\geq٠ \Rightarrow ٤y^٢+٤y-٤٨\geq٠$

$y^٢+y-٤٨\geq٠$

$$\begin{array}{c|c|c} & -٤ & ٣ & \\ + & - & + \end{array}$$

①

③ $٢(٣-y)\neq٠ \Rightarrow ٣-y\neq٠ \Rightarrow y\neq٣$

پس البته یعنی از ٣ باز شد چون از ابتدا ضریب شد به خاطر صفر بود ①

$R_f=(-\infty,-٤]\cup(٣,+\infty)$

② تذکر $\Rightarrow$ $٠\leq x^٢<+\infty$ $\left[\begin{array}{l} x^٢=٠ \rightarrow y=-٤ \\ x^٢=+\infty \rightarrow y=٣ \end{array}\right.$

$[-\infty,-٤]\cup\{٣,+\infty)$ طرح صفری سوال

Subject: Date:

سوال ۵

روش اصلی = $y = \frac{۲\sin x - ۱}{\sin x + ۳} \Rightarrow y\sin x + ۳y = ۲\sin x - ۱$

$۱ + ۳y = ۲\sin x - y\sin x \Rightarrow ۱ + ۳y = \sin x(۲ - y) \Rightarrow \sin x = \frac{۱ + ۳y}{۲ - y}$

$\sin x = -۱ = \frac{۱ + ۳y}{۲ - y} \Rightarrow y = -\frac{۳}{۲} \Rightarrow \min$

$\sin x = ۱ = \frac{۱ + ۳y}{۲ - y} \Rightarrow y = \frac{۱}{٤} \Rightarrow \max \quad R_f = [-\frac{۳}{۲} , \frac{۱}{٤}]$

روش دو $\frac{۲\sin x - ۱}{\sin x + ۳}$ $\xrightarrow{-۱} \frac{-۲-۱}{-۱+۳} \Rightarrow \frac{-۳}{۲}$ ، $\xrightarrow{۱} \frac{۲-۱}{۱+۳} = \frac{۱}{٤}$

$R_f = [-\frac{۳}{۲} , \frac{۱}{٤}]$ ← روش صفحه ی سوال ۵

سوال ۶

$f(x) = \frac{x^۲ - x + \frac{۱}{٤}}{x^۲ - x + ۱}$ $D_f = \mathbb{R}$ {ریشه ندارد}

مخرج ریشه ندارد

$\boxed{D_f = R}$

$f(x) = \frac{(x - \frac{۱}{۲})^۲}{(x - \frac{۱}{۲})^۲ + \frac{۳}{٤}} \Rightarrow \boxed{R_f = [۰ , ۱)}$

$D_f = R$

$R_f = [۰ , ۱)$

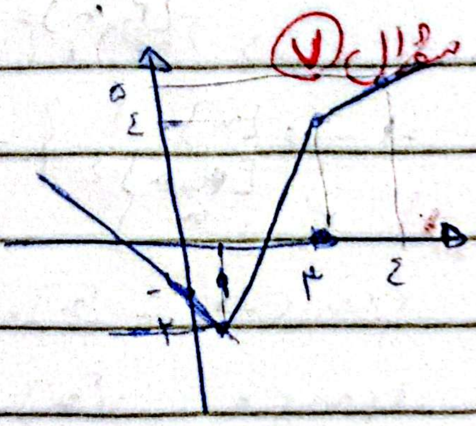
کمترین مقدار صفر بیشترین مقدار یک باشد $\Rightarrow \frac{\infty^۲}{\infty^۲} = ۱$

$[\overset{\Downarrow}{۰} , \overset{\Downarrow}{۱})$

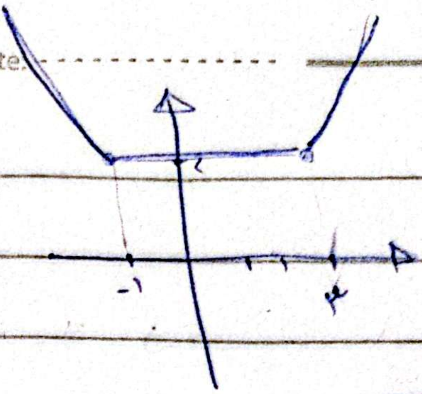
سوال ۷

الف: $|۲x - ۲| - |x - ۳|$

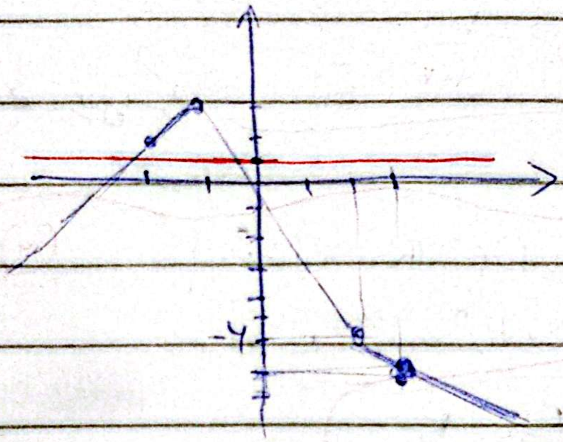
$-۲x + ۲ - ۳ + x$	۱ $۲x - ۲ - ۳ + x$	۳ $۲x - ۲ - x + ۳$
$-x - ۱$	$۳x - ۵$	$x + ۱$



ب) $|x-۳| + |x+۱|$



سوال ۸) $|x-۲| - |۲x+۲|$ (۱



$x=۲ \to y=-۶$

$x=-۱ \Rightarrow y=۳$

$x=۳ \Rightarrow -۷$

$x=-۲ \Rightarrow ۲$

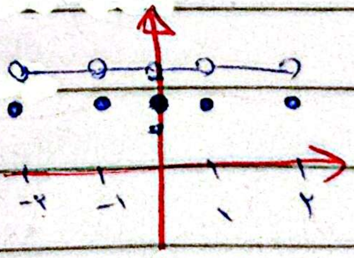
$\Rightarrow \boxed{(-\infty,-۳] \cup [-\frac{۱}{۳},+\infty)}$

سوال ۹)

الف) $[x]+[۳-x] = [x]+[-x]+۳$

$x \in \mathbb{Z} = [x]+[-x]+۳ = ۳$

$x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow [x]+[-x]+۳ = ۲$



ج) $۳x-[x]$

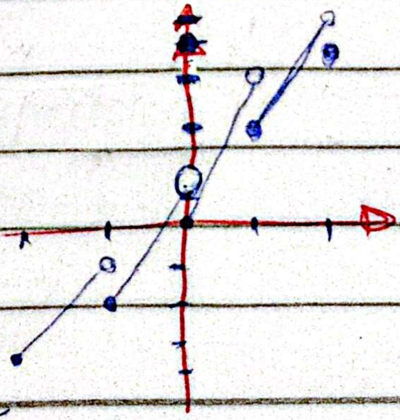
$-۲ \le x < -۱ \to [x]=-۲ \to ۳x+۲$

$-۱ \le x < ۰ \to [x]=-۱ \to ۳x+۱$

$۰ \le x < ۱ \to [x]=۰ \Rightarrow ۳x$

$۱ \le x < ۲ \to [x]=۱ \to ۳x-۱$

$x=۲ \to [x]=۲ \Rightarrow ۳x-۲$



سوال ۱۰

الف) $y = \sin^2 x - \sin x + 1 \xrightarrow{-۱} ۳$

$\xrightarrow{۱} ۱$

$\xrightarrow{\frac{۱}{۲}} \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۲} + ۱ = \frac{۳}{۴}$

$R_f = [\frac{۳}{۴}, ۳]$

ب) $y = \sin^4 x + \sin^2 x + 1 \xrightarrow{۱} ۳$

$\xrightarrow{۰} ۱$

$\xrightarrow{-\frac{۱}{۲}} \times$

$R_f = [۱, ۳]$