

سوال (۲)

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} \Rightarrow yx - y = x^2 + x + 2 \Rightarrow x^2 + (1 - y)x + 2 + y = 0 \Rightarrow x = \frac{(y-1) \pm \sqrt{y^2 - 4y - 7}}{2} \Rightarrow \Delta \geq 0$$

$$y^2 - 4y - 7 \geq 0 \Rightarrow (y-7)(y+1) \geq 0 \Rightarrow \frac{-1}{+1} \frac{-7}{-1} \Rightarrow R_f = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$$

سوال (۲)

الف) $y = 2x^2 - 5x + 1$ $\mu_{in} \left| \begin{matrix} \frac{5}{2} \\ -\frac{17}{2} \end{matrix} \right.$ $y = 2\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{5}{2}\right) + 1 = \frac{25}{2} - \frac{25}{2} + 1 = -\frac{17}{2}$ $R_y = \left[-\frac{17}{2}, +\infty\right)$

ب) $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 5}$ $\mu_{an} \left| \begin{matrix} 3 \\ 4 \end{matrix} \right.$ $y = -(3)^2 + 4(3) - 5 = -4$ $R_y = \sqrt{(-\infty, 4]} = [0, 2]$

چون بزرگترین توانموزن نزد همت برد برابر می شود با ۱۲ ولی چون رادیکال ادمه دوسرین بیان شکل می شه <=

چون بزرگترین توانموزن نزد همت برد برابر می شود با ۱۲

ج) $y = \sqrt{x^2 - 3x^2 + 4x + 1}$ $R_y = \sqrt{12} = [0, +\infty)$

د) $y = \sqrt{x^2 - 4x^2 + 7x + 4}$ $R_y = (-\infty, +\infty)$

سوال (۲)

الف) $y = \frac{3x+1}{2x-4} \Rightarrow \frac{3x+1}{2x-4} = y \Rightarrow x = -\frac{-4y-1}{2y-3} \Rightarrow x = \frac{y+1}{2y-3}$ $2y-3 \neq 0 \Rightarrow y \neq \frac{3}{2} \Rightarrow R_y = \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$

ب) $y = \sqrt{\frac{4x+1}{x-2}}$ $\Rightarrow R_y = \sqrt{\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}} = [0, +\infty) - \left\{\frac{1}{2}\right\}$

بردتابع همچون اصل برابر است با $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ چون رادیکال داریم به شکل لایه روی می شود

چون تابع به نرم $\frac{1}{x}$ است $\alpha + \frac{1}{x}$ است α همواره مثبت است برد تابع در حالت کلی می شود $(2, +\infty)$ ولی برد وقتی $\frac{1}{x}$ می شود که α بتواند برابر باشد می شود

ولی در اینجا $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ هیچگاه برابر با $\frac{1}{x}$ نمی شود پس کمترین معادلی که می تواند باشد را بدست می آوریم

ج) $y = \frac{x^2 + 4}{\sqrt{x^2 + 3}} = \sqrt{x^2 + 3} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}}$ $\Rightarrow R_y = \left[\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$

د) $y = x^2 + \frac{1}{x^2 + 4} \Rightarrow x^2 + 4 + \frac{1}{x^2 + 4} - 4$ $\Rightarrow R_y = \left[\frac{1}{4}, +\infty\right)$

سوال (۲)

ج) $y = \frac{3x^2 + 4}{x^2 - 1} \rightarrow$ روش اصلی: $\frac{3x^2 + 4}{x^2 - 1} = y \Rightarrow x^2 = \frac{-y-4}{y-3} \Rightarrow x^2 = \frac{y+4}{y-3} \geq 0 \Rightarrow \frac{-4}{+1} \frac{3}{-3} \Rightarrow R_y = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

د) $y = \frac{3x^2 + 4}{x^2 - 1} \rightarrow$ $x^2 = 0 \rightarrow y = \frac{4}{-1} = -4$, $x^2 = +\infty \rightarrow \frac{3(+\infty)}{+\infty} = 3 \Rightarrow R_y = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

سوال (۵)

ج) $y = \frac{2 \sin u - 1}{\sin u + 3} \rightarrow$ روش اصلی: $\frac{2 \sin u - 1}{\sin u + 3} = y \Rightarrow \sin u = -\frac{3y+1}{y-2} \Rightarrow \sin u = \frac{3y+1}{2-y} \rightarrow -1 \leq \frac{3y+1}{2-y} \leq 1$

د) $\frac{3y+1}{2-y} + 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{3y+3}{2-y} \geq 0 \Rightarrow \frac{-3}{-1} \frac{3}{-2} \textcircled{1}$, $\frac{3y+1}{2-y} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{4y-1}{2-y} \leq 0 \Rightarrow \frac{1}{-1} \frac{2}{-2} \textcircled{2} \Rightarrow \textcircled{1} \cap \textcircled{2} \Rightarrow R_y = \left[-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right]$

چون خروج دیده ندارد برد بین ۲ عدد بدست آمده است

د) $\sin u = -1 \Rightarrow y = \frac{-3}{2}$, $\sin u = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \rightarrow R_y = \left[-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right]$

سوال ۶ (۲)

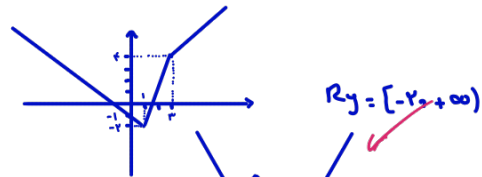
$$f(x) = \frac{x^2 - x + \frac{1}{x}}{x^2 - x + 1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$x^2 y - x y + y = x^2 - x + \frac{1}{x} \Rightarrow (y-1)x^2 - (y-1)x + y - \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x = \frac{(y-1) \pm \sqrt{(y-1)^2 - 4(y-\frac{1}{x})(y-1)}}{2(y-1)} \Rightarrow (y-1)^2 - 4(y-\frac{1}{x})(y-1) \geq 0$$

$$\Rightarrow (y-1)(y-1-4y+4) \geq 0 \Rightarrow (y-1)(-3y+3) \geq 0 \Rightarrow 0 < y \leq 1$$

تشریح استفاده از روش دلتا خلاف ضرورت نیست است. اما تابع به ازای هیچ مقداری برابر ۱ نمی شود. پس

$$y=1 \text{ در بردار تابع وجود ندارد. بنابراین بردار تابع برابر می شود با: } R_f = [0, 1)$$



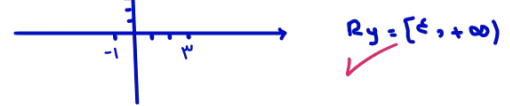
سوال ۷ (۲)

$$\text{الف) } y = |2x-2| - |x-3|$$

	1	3
$-2x+2+x-3$	$2x-2+x-3$	$2x-2-x+3$
$= -x-1$	$= 3x-5$	$= x+1$

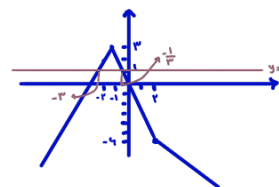
$$\text{ب) } y = |x-3| + |x+1|$$

	-1	3
$-x+1-x-1$	$x-x+3+1$	$x-3+x+1$
$= -2x$	$= 4$	$= 2x-2$



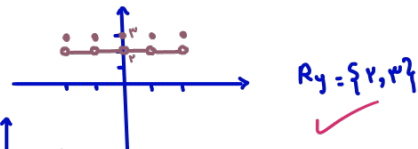
$$|x-2| - |2x+2| \leq 1$$

	-1	2
$-x+2+2x+2$	$x-2-2x-2$	$x-2-2x-2$
$= x+4$	$= -x-4$	$= -x-4$



$$\text{سوال ۸ (۲) جواب نهاده: } (-\infty, -3] \cup [-\frac{1}{2}, +\infty)$$

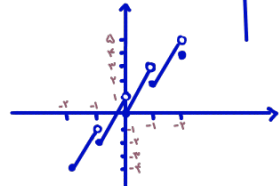
$$\text{الف) } y = [x] + [3-x] \rightarrow y = [x] + [-x] + 3 \Rightarrow x \in \mathbb{Z} \rightarrow y = 3, x \notin \mathbb{Z} \rightarrow y = 2$$



سوال ۹ (۲)

$$\text{ب) } 3x - [x] \quad -2 < x < -1 \xrightarrow{[x]=-2} 3x+2, \quad -1 < x < 0 \xrightarrow{[x]=-1} 3x+1$$

$$0 < x < 1 \xrightarrow{[x]=0} 3x, \quad 1 < x < 2 \xrightarrow{[x]=1} 3x-1, \quad x=2 \rightarrow y=2$$



$$R_y = [-2, 5)$$

سوال ۱۰ (۲)

$$\text{الف) } y = \sin^2 x - \sin x + 1 \rightarrow R_y = [\frac{1}{4}, 3]$$

$$\text{ب) } y = \sin^2 x + \sin^2 x + 1 \rightarrow R_y = [1, 3]$$