نام و نام خانوادگی: [illegible] پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۳ کلاس [illegible]

۱۹٫۵ آفرین!

**۱** (۲)

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \rightarrow y(x-1)=x^2+x+2 \rightarrow x^2+(1-y)x+2+y=0 \rightarrow$

$x=\frac{y-1\pm\sqrt{(y-1)^2-4(2+y)}}{2} \xrightarrow{\Delta\geq 0} y^2+1-2y-4y-8\geq 0 \rightarrow y^2-6y-7\geq 0 \rightarrow$

$(y-7)(y+1)\geq 0$ $\quad \begin{array}{ccccc} & -1 & & 7 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ $\quad R_f=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$

**۲** (۲)

الف) $y=2x^2-5x+1$ $\quad \min\left|\begin{array}{l}\frac{-b}{2a}\\ \frac{-\Delta}{4a}\end{array}\right.$ $\quad \frac{-(b^2-4ac)}{4a}=\frac{-25+8}{8}=\frac{-17}{8}$ $\quad R_y=\left[\frac{-17}{8},+\infty\right)$

ب) $y=\sqrt{-x^2+6x-5}$ $\quad \min\left|\begin{array}{l}\frac{-b}{2a}\\ \frac{-\Delta}{4a}\end{array}\right.$ $\quad \frac{-(b^2-4ac)}{4a}=\frac{-36+20}{-4}=4$ $\quad (-\infty,4] \xrightarrow{\text{جذر}} R_y=[0,2]$

ج) $y=\sqrt{x^7-3x^2+4x-1}$ $\quad :\sqrt{\mathbb{R}} \rightarrow R_y=[0,+\infty)$

برد تابع با درجه فرد $R$ می‌باشد

د) $\log(x^3-6x^2+7x+4)$ با توجه به اینکه برد $x^3-6x^2+7x+4$، $\mathbb{R}$ است و بیشترین مقدار تعریف $R^+$ می‌باشد و لگاریتم شود پس برد تابع $(-\infty,+\infty)$ خواهد بود.

**۳** (۲)

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-6} \rightarrow x=-\frac{-6y-1}{2y-3}=\frac{6y+1}{2y-3} \rightarrow 2y\neq 3 \rightarrow y\neq\frac{3}{2}$ $\quad R_y=\mathbb{R}-\left\{\frac{3}{2}\right\}$ عامل مجانب افقی

ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \rightarrow$ مجانب افقی: $\mathbb{R}-\{4\} \xrightarrow{\text{جذر}} R_y=[0,+\infty)-\{2\}$

$\left(\frac{a}{c}\right)$ مجانب افقی

ج) $y=\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}}=\sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow{a+\frac{1}{a}} R_y=\left[\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}},+\infty\right)$

د) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4}+4-4=x^2+4+\frac{1}{x^2+4}-4 \xrightarrow{a+\frac{1}{a}} R_y=\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$

۴٫۲۵ حداقل

**۴** (۲)

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1} \rightarrow x^2=-\frac{-y-4}{y-3}=\frac{y+4}{y-3} \rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{y+4}{y-3}}$ $\quad \begin{array}{ccccc} & -4 & & 3 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ $\quad R_y=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

یا

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$ $\quad \xrightarrow{x=0} y=-4$ $\quad \xrightarrow{x\to+\infty} y=3$

با توجه به اینکه مخرج در نقطه‌ی $\pm 1$ را در دامنه در نظر نمی‌شود. پس برد تابع خارج از محدوده این دو عدد می‌باشد:

$R_y=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

**۵** (۲)

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3} \rightarrow \sin x=-\frac{3y+1}{y-2} \rightarrow -1\leq\frac{-3y-1}{y-2}\leq 1$

① $\frac{-3y-1+y-2}{y-2}\geq 0 \rightarrow \frac{-2y-3}{y-2}\geq 0$

② $\frac{-4y+1}{y-2}\leq 0$

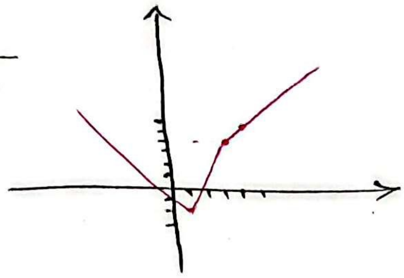
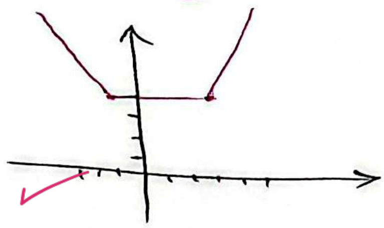
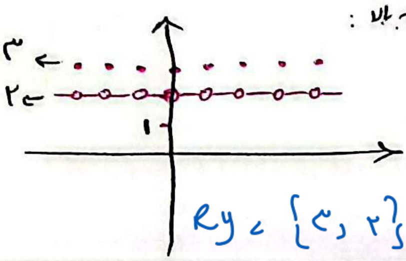
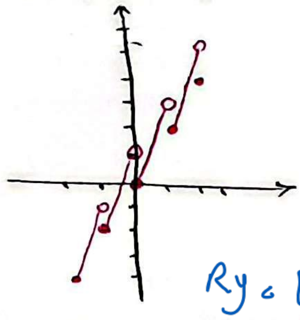
①: $\begin{array}{ccccc} & -\frac{3}{2} & & 2 & \\ - & | & + & | & - \end{array}$ $\quad$ ②: $\begin{array}{ccccc} & \frac{1}{4} & & 2 & \\ - & | & + & | & - \end{array}$ $\quad$ ①∩②: $\left[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}\right]$

یا

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$ $\quad \xrightarrow{\sin x=-1} \frac{-3}{2}$ $\quad \xrightarrow{\sin x=1} \frac{1}{4}$

با توجه به اینکه $\sin x$ هیچ وقت برابر ۳- نمی‌شود، مخرج صفر نمی‌شود و برد تابع در محدوده این دو عدد است:

$R_y=\left[\frac{-3}{2},\frac{1}{4}\right]$

| | | |
|---|---|---|
| $y=\dfrac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1}$ ، دامنه ، $x^2-x+1\neq 0 \xrightarrow{\Delta<0}$ همواره مثبت ← ریشه ندارد ← $D_f=\mathbb{R}$ <br> برد ، $\dfrac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1}=\dfrac{(x-\frac{1}{2})^2}{(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}=\dfrac{u^2}{u^2+\frac{3}{4}}=y \rightarrow u^2=\dfrac{-3y}{y-1}\geq 0$    $0 \quad 1$ : $- \; + \;$ تعریف نشده $\; -$ <br> $R_f: [0,1)$ | ۶ | ۲ |
| الف) $y=\|2x-2\|-\|x-3\|$ : <br> $-x-1 \;\; \underset{-2}{1} \;\; 3x-5 \;\; \underset{4}{3} \;\; x+1$ <br>  <br> $R_f=[-2,+\infty)$ <br> ب) $\|x-3\|+\|x+1\|$ با رسم نمودار <br>  <br> $R_f=[4,+\infty)$ | ۷ | ۲ |
| $\|x-2\|-\|2x+2\|\leq 1 \longrightarrow$ <br> ① $x\geq 2$ : $x-2-2x-2\leq 1 \rightarrow x\geq -5 \Rightarrow x\geq 2$ <br> ② $-1\leq x<2$ ، $-x+2-2x-2\leq 1 \rightarrow x\geq \frac{-1}{3} \Rightarrow 2>x\geq \frac{-1}{3}$ <br> ③ $x<-1$ : $-x+2+2x+2\leq 1 \rightarrow x\leq -3 \Rightarrow x\leq -3$ <br> $\rightarrow x\in(-\infty,-3]\cup[\frac{-1}{3},+\infty)$ | ۸ | ۲ |
| الف) با توجه به این که می‌توان عدد صحیح را از براکت خارج کرد داریم: <br> $y=3+[x]+[-x]$    نمودار انتقال عمودی $[x]+[-x]$ به اندازه ۳ واحد به بالا: <br>  <br> $R_y=\{3,2\}$ <br> ب) $y=3x-[x]$ <br> $-2\leq x<-1$ : $2x+2$ <br> $-1\leq x<0$ : $2x+1$ <br> $0\leq x<1$ : $2x$ <br> $1\leq x<2$ : $2x-1$ <br> $x=2$ : $2x-2$ <br>  <br> $R_y=[-4,5)$ | ۹ | ۱/۵ |
| الف) $y=\sin^2x-\sin x+1 \xrightarrow{\sin x=1} 1$ ، $\xrightarrow{\sin x=-1} 3$ ، $\xrightarrow{\sin x=\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$    $R_y=[\frac{3}{4},3]$ <br> ب) $y=\sin^4x+\sin^2x+1 \xrightarrow{\sin^2x=0} 1$ ، $\xrightarrow{\sin^2x=1} 3$ ، $\xrightarrow{\sin^2x=\frac{-1}{2}}$ غ ق ق    $R_y=[1,3]$ <br> $\sin^2x$ نمی‌تواند مقداری منفی باشد | ۱۰ | ۲ |