نام و نام خانوادگی: زهرا ... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۳ کلاس یازدهم ریاضی

۱

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \to y(x-1)=x^2+x+2 \to x^2+(1-y)x+2+y=0 \to$

$x=\frac{y-1\pm\sqrt{(y-1)^2-4(2+y)}}{2} \xrightarrow{\Delta\geq 0} y^2+1-2y-4y-8\geq 0 \to y^2-6y-7\geq 0 \to$

$(y-7)(y+1)\geq 0$ $\begin{array}{ccccc} & -1 & & 7 & \\ + & & - & & + \end{array}$ $R_f=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$

۲

الف) $y=2x^2-5x+1$ $\min\left|\begin{array}{l}\frac{-b}{2a}\\ \frac{-\Delta}{4a}\end{array}\right.$ $\frac{-(b^2-4ac)}{4a}=\frac{-25+8}{8}=\frac{-17}{8}$ $R_y=[\frac{-17}{8},+\infty)$

ب) $y=\sqrt{-x^2+6x-5}$ $\min\left|\begin{array}{l}\frac{-b}{2a}\\ \frac{-\Delta}{4a}\end{array}\right.$ $\frac{-(b^2-4ac)}{4a}=\frac{-36+20}{-4}=4$ $(-\infty,4] \xrightarrow{\text{جذر}} R_y=[0,2]$

ج) $y=\sqrt{x^7-3x^3+4x-1}$ برد تابع با درجه فرد R می‌باشد: $\sqrt{\mathbb{R}} \to R_y=[0,+\infty)$

د) $\log(x^3-6x^2+7x+4)$ با توجه به اینکه برد چندجمله‌ای درجه فرد $\mathbb{R}$ است. x^3-6x^2+7x+4 مقادیر مثبت R^+ را نیز شامل می‌شود پس برد تابع $(-\infty,+\infty)$ خواهد بود.

۳

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-6} \to x=-\frac{-6y-1}{2y-3}=\frac{6y+1}{2y-3} \to 2y\neq 3 \to y\neq\frac{3}{2}$ $R_y=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}$ معادل مجانب افقی

ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \to$ زیر رادیکال: $\mathbb{R}-\{4\}$ (مجانب افقی $\frac{a}{c}$) $\xrightarrow{\text{جذر}} R_y=[0,+\infty)-\{2\}$

ج) $y=\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}}=\sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow{a+\frac{1}{a}} R_y=[\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}},+\infty)$

د) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4}+4-4=\underbrace{(x^2+4+\frac{1}{x^2+4})}_{\text{۴/۲۵ حداقل}}-4 \xrightarrow{a+\frac{1}{a}} R_y=[\frac{1}{4},+\infty)$

۴

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1} \to x^2=-\frac{-y-4}{y-3}=\frac{y+4}{y-3} \to x=\pm\sqrt{\frac{y+4}{y-3}}$ $\begin{array}{ccccc} & -4 & & 3 & \\ + & & - & & + \end{array}$ $R_y=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

یا

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$ $\xrightarrow{x=0} y=-4$ $\xrightarrow{x\to\infty} y=3$

با توجه به اینکه مخرج در نقاط ± 1 ریشه دارد و مخرج صفر می‌شود. پس برد تابع خارج از محدوده بین دو عدد می‌باشد:

$R_y=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

۵

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3} \to \sin x=-\frac{3y+1}{y-2} \to -1\leq\frac{-3y-1}{y-2}\leq 1$

$\nearrow \frac{-3y-1+y-2}{y-2}\geq 0 \to \frac{-2y-3}{y-2}\geq 0$ ①

$\searrow \frac{-4y+1}{y-2}\leq 0$ ②

①: $\begin{array}{ccccc} & -\frac{3}{2} & & 2 & \\ - & & + & & - \end{array}$ ②: $\begin{array}{ccccc} & \frac{1}{4} & & 2 & \\ - & & + & & - \end{array}$ ①∩②: $[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

یا

با توجه به اینکه $\sin x$ هیچ وقت برابر ۳- نمی‌باشد، مخرج صفر نمی‌شود برد تابع بین دو مقدار زیر است:

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$ $\xrightarrow{\sin x=-1} -\frac{3}{2}$ $\xrightarrow{\sin x=1} \frac{1}{4}$

$R_y=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

۶

$y = \dfrac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1}$ ، دامنه ، $x^2 - x + 1 \neq 0 \xrightarrow{\Delta<0}$ ریشه ندارد ← عبارت مثبت ← $D_f = \mathbb{R}$

برد ، $\dfrac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1} = \dfrac{(x - \frac{1}{2})^2}{(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} = \dfrac{u^2}{u^2 + \frac{3}{4}} = y \rightarrow u^2 = \dfrac{-3y}{y-1} \geq 0$

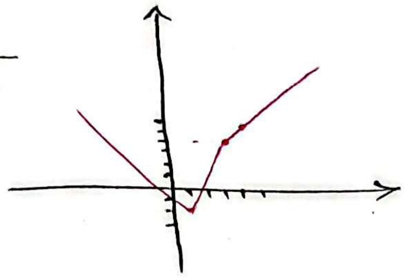
	0		1	
$-$	0	$+$	ت ن	$-$

$R_f: [0, 1)$

۷

الف) $y = |2x - 2| - |x - 3|$:

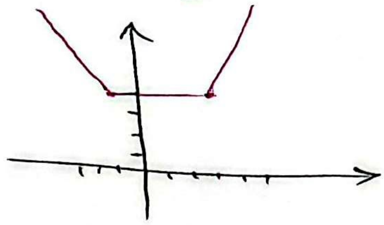
	1		3	
$-x-1$	-2	$3x-5$	4	$x+1$



$R_f = [-2, +\infty)$

تابع قطعه‌ای

ب) $|x - 3| + |x + 1|$



$R_f = [4, +\infty)$

۸

$|x - 2| - |2x + 2| \leq 1 \longrightarrow$

① $x \geq 2$: $x - 2 - 2x - 2 \leq 1 \rightarrow x \geq -5 \Rightarrow x \geq 2$

② $-1 \leq x < 2$ ، $-x + 2 - 2x - 2 \leq 1 \rightarrow x \geq \frac{-1}{3} \Rightarrow 2 > x \geq \frac{-1}{3}$

③ $x < -1$: $-x - 2 + 2x + 2 \leq 1 \rightarrow x \leq -3 \Rightarrow x \leq -3$

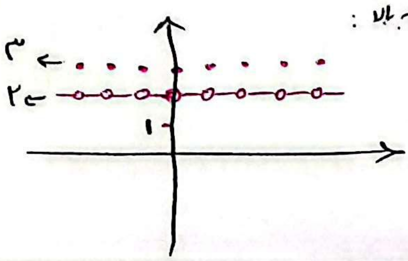
$\rightarrow x = (-\infty, -3] \cup [\frac{-1}{3}, +\infty)$

۹

الف) با توجه به این که مقدار عدد صحیح را از براکت خارج کرد داریم:

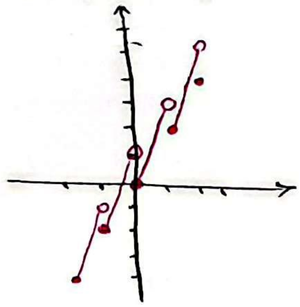
$y = 3 + [x] + [-x]$

ضمنا استفاده از $[x] + [-x]$ و سه واحد به بالا :



ب) $y = 3x - [x]$

$-2 \leq x < -1$	:	$3x+2$
$-1 \leq x < 0$	:	$3x+1$
$0 \leq x < 1$	:	$3x$
$1 \leq x < 2$	،	$3x-1$
$x = 2$	:	$3x-2$



۱۰

الف) $y = \sin^2 x - \sin x + 1 \xrightarrow{\sin x = 1} 1$ ، $\xrightarrow{\sin x = \frac{1}{2}} \frac{3}{4}$ ، $\xrightarrow{\sin x = -1} 3$

$R_y = [\frac{3}{4}, 3]$

ب) $y = \sin^4 x + \sin^2 x + 1 \xrightarrow{\sin^2 x = 0} 1$ ، $\xrightarrow{\sin^2 x = 1} 3$ ، $\xrightarrow{\sin^2 x = \frac{-1}{2}}$ غ ق ق

$\sin^2 x$ نمی‌تواند مقداری منفی باشد

$R_y = [1, 3]$