No
Date

فرگل قنبری — تکلیف ۳ — ۱۷ — ۱۴۰۴/۶/۳

۱٫۷۵

۱- $y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \to yx-y=x^2+x+2 \Rightarrow x^2-x(y-1)+2+y=0 \longrightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

$\Delta>0 \longrightarrow (y-1)^2-4(2+y)>0 \longrightarrow y^2-2y+1-8-4y>0 \longrightarrow y^2-6y-7>0$

$\begin{array}{ccccc} & -1 & & 7 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array} \longrightarrow (-\infty,-1]\cup[7,+\infty)=R$

۲- (۲)

الف) $y=2x^2-5x+1 \quad x_s=\frac{-b}{2a}=\frac{5}{4} \Rightarrow y_s=2\left(\frac{5}{4}\right)^2-5\left(\frac{5}{4}\right)+1=\frac{-17}{8}$

$\Rightarrow R=\left[-\frac{17}{8},+\infty\right)$

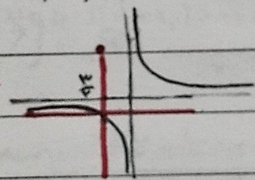
ب) $y=\sqrt{-x^2+6x-5} \quad \underset{\text{زیر رادیکال}}{x_s}=\frac{-6}{-2}=3,\ y_s=4 \Rightarrow \underset{\text{زیر رادیکال}}{R}=(-\infty,4] \Rightarrow \sqrt{R}=[0,2]$

ج) $y=\sqrt{x^7-3x^2+4x+1}$ عبارت زیر رادیکال درجه فرد است $R=\mathbb{R} \Leftarrow$ ، $\underset{\text{زیر رادیکال}}{R}=\mathbb{R} \longrightarrow \sqrt{R}=[0,+\infty)$

د) $y=\log(x^3-6x^2+7x+4)$ به صورت کلی وما $R=\mathbb{R} \longrightarrow \log\mathbb{R}=\mathbb{R}$ (متغیر های مثبت به $+\infty$ و اعداد مثبت نزدیک به صفر است به $-\infty$ میل می کند)

۳- (۱٫۷۵)

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-6} \quad R=\mathbb{R}-\left\{\frac{3}{2}\right\}$



ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \quad \underset{\text{زیر رادیکال}}{R}=\mathbb{R}-\{4\} \longrightarrow \sqrt{R}=[0,+\infty)-\{2\}$

دقت کن! $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

ج) $y=\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}}=\frac{\left(\sqrt{x^2+3}\right)^2+1}{\sqrt{x^2+3}}=\sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow[x=0]{\min} \sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow R=\left[\cancel{\frac{2\sqrt{3}}{3}},+\infty\right)$

د) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4}+4-4=x^2+4+\frac{1}{x^2+4}-4 \Rightarrow R=\left(\frac{17}{4}-4,+\infty\right)=\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$

۴- (۲)

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$ اصلی: $yx^2-y=3x^2+4 \Rightarrow x^2=\frac{y+4}{y-3} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{y+4}{y-3}} \rightarrow R_y=$

$\begin{cases} \frac{y+4}{y-3}\geq 0 \\ y-3\neq 0 \rightarrow y\neq 3 \end{cases} \quad \begin{array}{ccccc} & -4 & & 3 & \\ + & 0 & - & & + \end{array}$

$\Rightarrow R=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

راه ۲: $x^2=0 \longrightarrow y=\frac{4}{-1}=-4$

$x^2=+\infty \rightarrow y=\frac{3}{1}=3$

$\xrightarrow[\text{صفر شود}]{\text{مرجع می تواند}} (-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

از صفر اومده — از صفر اومده

۵- ۲

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$ اصلی: $y(\sin x)+3y=2\sin x-1 \Rightarrow \sin x=\frac{-3y+1}{y-2} \Rightarrow -1\le\frac{-3y+1}{y-2}\le 1$

$\Rightarrow \frac{-3y+1}{y-2}\le 1 \to 3y+1\le 2-y \to 4y\le 1 \to y\le\frac{1}{4}$

$\Rightarrow \frac{-3y+1}{y-2}\ge -1 \to -(2-y)\le 3y+1 \Rightarrow -3\le 2y \to y\ge -\frac{3}{2}$

$\Big\}\; -\frac{3}{4}\le y\le\frac{1}{4}$

راه ۲: $\sin x=1 \to y=\frac{2-1}{1+3}=\frac{1}{4}$

$\sin x=-1 \to y=\frac{-2-1}{-1+3}=\frac{-3}{2}$ $\xrightarrow[\text{مفروض}]{\text{خروج نقطه‌ها}}$ $\left[-\frac{3}{4},\frac{1}{4}\right]$

۶- ۲

$f(x)=\frac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1}=\frac{(x-\frac{1}{2})^2}{(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}$ $D_f=x^2-x+1\neq 0 \xrightarrow{\Delta<0} D_f=\mathbb{R}$

کمترین مقدار $(x-\frac{1}{2})^2=0 \Rightarrow \frac{0}{0+\frac{3}{4}}=0$

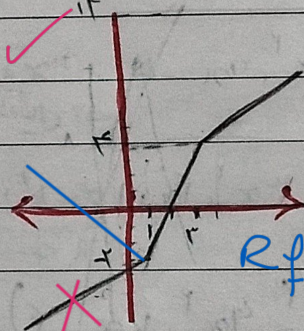
بیشترین $(x-\frac{1}{2})^2\to+\infty \Rightarrow \frac{+\infty}{+\infty}=1$

$\Big\}\; R=[0,1)$

۱٫۵

۷- الف) $y=|2x-2|-|x-3| \Rightarrow$

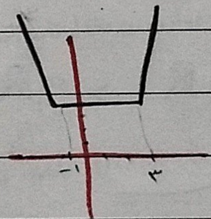
$x<1$	$1\le x\le 3$	$x>3$
$-x-5$	$3x-5$	$x+1$



~~$R=\mathbb{R}$~~

$R_f=[-2,+\infty)$

ب) $y=|x+1|+|x-3|$



$R=[4,+\infty)$

۸- ۱

$|x-2|-|2x+2|\le 1 \Rightarrow$

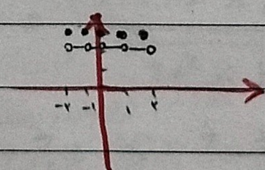
$x<-1$	$-1\le x\le 2$	$x>2$
$-x+2+2x+2\le 1$	$-x+2-2x-2\le 1$	$x-2-2x-2\le 1$
$x\le -3$ ✓	$-3x\le 1$	$-x\le 5 \to x\ge -5$
	$x\ge -\frac{1}{3}$ ✓	
	اشتراک با شرط: $-\frac{1}{3}\le x\le 2$	اشتراک: $x>2$

$\Rightarrow (-\infty,-3]\cup[-\frac{1}{3},+\infty)$

۹- ۱٫۵

$R_y=\{2,3\}$

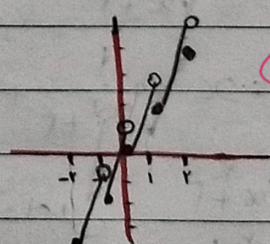
الف) $y=[x]+[3-x]=3+[x]+[-x] \Rightarrow$



ب) $y=3x-[x]$

$3x+2$	$-2\le x<-1$
$3x+1$	$-1\le x<0$
$3x$	$0\le x<1$
$3x-1$	$1\le x<2$
4	$x=2$

$R_y=[-4,5)$



۱۰- ۱٫۵

الف) $y=\sin^2x-\sin x+1$

$\sin x=1 \to 1$

$\sin x=-1 \to 3$

$\frac{-b}{2a} \to \frac{1}{2} \to \frac{1}{4}-\frac{1}{2}+1=\frac{3}{4}$

$R=[\frac{1}{2},3]$ $R=[\frac{3}{4},3]$

ب) $y=\sin^4x+\sin^2x+1$

$\sin^2x=1 \to 3$

$\sin^2x=0 \to 1$

$\frac{-b}{2a} \to -\frac{1}{2}$

۱ — دست

$\sin^2x\neq -\frac{1}{2}$

$R=[-\frac{1}{2},3]$ $R=[1,3]$