تکلیف شماره ۳ — مهرنیا ریاحی — دوازدهم ریاضی B

۱

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1}$ $\quad x^2+x+2=yx-y$ $\quad x^2+(1-y)x+2+y=0$

$x=\frac{y-1\pm\sqrt{(1-y)^2-4y-8}}{2}$ $\quad (1-y)^2-4y-8\geq 0$ $\quad (y-7)(y+1)\geq 0$

$\begin{array}{ccccc} & -1 & & 7 & \\ + & & - & & + \end{array}$

$R_f=\mathbb{R}-(-1,7)$

۲

الف) $y=2x^2-5x+1$ $\quad ext\left|\begin{matrix}\frac{-b}{2a}\\ \frac{-\Delta}{4a}\end{matrix}\right.$ $\quad ext\left|\begin{matrix}\frac{5}{4}\\ \frac{-17}{8}\end{matrix}\right.$ $\quad$ برد $=\left[\frac{-17}{8},+\infty\right)$

ب) $y=\sqrt{-x^2+6x-5}$ $\quad ext\left|\begin{matrix}3\\4\end{matrix}\right.$ $\quad$ برد $=\sqrt{(-\infty,4)}=[0,2]$

ج) $y=\sqrt{x^7-3x^2+4x+1}$ $\quad$ برد $=[0,+\infty)$

د) $\log(x^3-6x^2+7x+4)$ $\quad x^3-6x^2+7x+4>0$ $\quad (x-2)^3>5x-12$

$x>\sqrt[3]{5x-12}+2$ $\quad$ برد $=\mathbb{R}$

۳

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-6}$ $\quad \mathbb{R}-\left\{\frac{3}{2}\right\}$ $\qquad$ ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}}$ $\quad$ برد $=[0,+\infty)-\{2\}$

ج) $y=\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}}$ $\quad \frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}}=\sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$ $\quad$ برد $=\left[\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}},+\infty\right)$

د) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4}+4-4$ $\quad x^2+4+\frac{1}{x^2+4}-4\xrightarrow{x=0}\frac{17}{4}-4$

برد $=\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$

۴

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$ $\quad x=\frac{3y^2+4}{y^2-1}$ $\quad y^2=-\frac{-x-4}{x-3}=\frac{x+4}{x-3}$ $\quad$ روش اول:

$y=\pm\sqrt{\frac{x+4}{x-3}}$ $\quad \begin{array}{ccccc} & -4 & & 3 & \\ + & & - & & + \end{array}$ $\quad$ برد $=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

روش دوم:

$0\leq x^2<+\infty$ $\quad x^2=0\to\frac{0+4}{0-1}=-4$ $\quad x^2=+\infty\to\frac{3}{1}=3$

چون مخرج صفر می‌شود
پس خارج ریشه‌ها جواب است.

$(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

چون $+\infty$ باز است.

۵

$y=\dfrac{2\sin x-1}{\sin x+3}$ → $\sin x=-1 \longrightarrow \dfrac{-2-1}{-1+3}=\dfrac{-3}{2}$ ، $\sin x=1 \longrightarrow \dfrac{2-1}{4}=\dfrac{1}{4}$

برد $=\left[\dfrac{-3}{2},\dfrac{1}{4}\right]$

مخرج صفر نمی‌شود پس جواب بین ریشه‌ها

$y=\dfrac{2\sin x-1}{\sin x+3}$ $\qquad 2\sin x-1=y\sin x+3y$ $\qquad \sin x=\dfrac{3y+1}{2-y}$

$-1\leq\dfrac{3y+1}{2-y}\leq 1$ $\qquad \dfrac{2y+3}{2-y}\geq 0$ $\quad \begin{array}{ccc} & -\frac{3}{2} & & 2 & \\ - & & + & & - \end{array}$ $\cap$ $\dfrac{4y-1}{2-y}\leq 0$ $\quad \begin{array}{ccc} & \frac{1}{4} & & 2 & \\ - & & + & & - \end{array}$

۶

$f(x)=\dfrac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1}$ $\longrightarrow x^2-x+1\neq 0$ $\qquad D_f=\mathbb{R}$

$y=\dfrac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1}$ $\qquad x^2-x+\frac{1}{4}=yx^2-yx+y$

$yx^2-x^2-yx+x+y-\frac{1}{4}=0$

$(y-1)x^2-(y-1)x+y-\frac{1}{4}=0$ $\qquad x=\dfrac{y-1\pm\sqrt{(y-1)^2-4(y-\frac{1}{4})(y-1)}}{2(y-1)}$

$(y-1)^2-4(y-\frac{1}{4})(y-1)\geq 0$ $\qquad (y-1)(y-1-4y+1)\geq 0$ $\qquad (y-1)(-3y)\geq 0$

$(y-1)(3y)\leq 0$ $\quad \begin{array}{ccc} & 0 & & 1 & \\ + & & - & & + \end{array}$ $\quad 0\leq y\leq 1$

شرط استفاده از دلتا، غیر صفر بودن ضریب x^2 یا عدد یک است

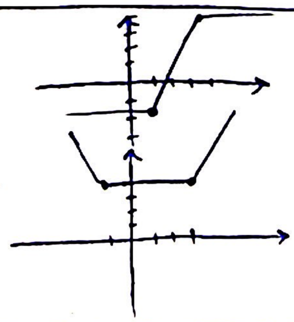
پس $y\neq 1$ بوده و برد تابع $=$ $0\leq y<1$

برد $=[0,1)$

۷

$y=|2x-2|-|x-3|$

$x=1$ $\qquad x=3$



برد $=[-2,4]$

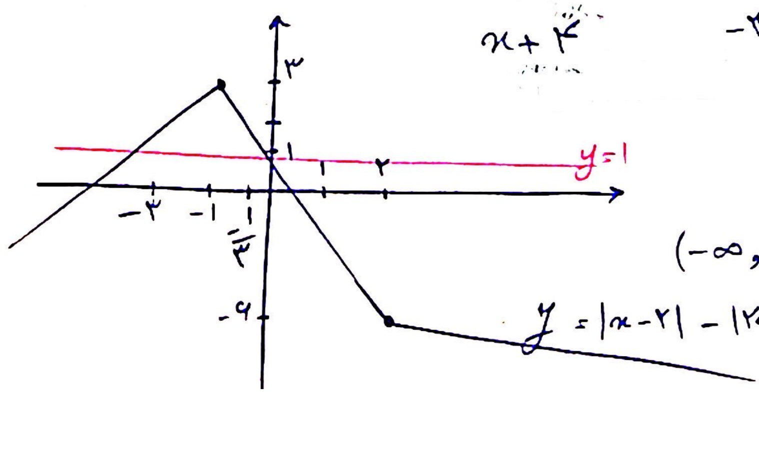
$y=|x-3|+|x+1|$

برد $=[4,+\infty)$

۸

$|x-2|-|2x+2|\leq 1$

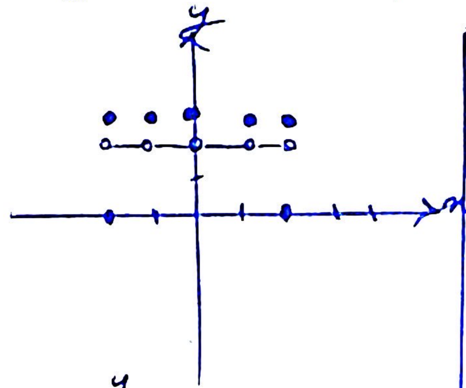
$\begin{array}{c|c|c} & -1 & 2 \\ -x+2+2x+2 & 2-x-2x-2 & x-2-2x-2 \\ x+4 & -3x & -x+4 \end{array}$



$(-\infty,-3]\cup\left[-\frac{1}{3},+\infty\right)$

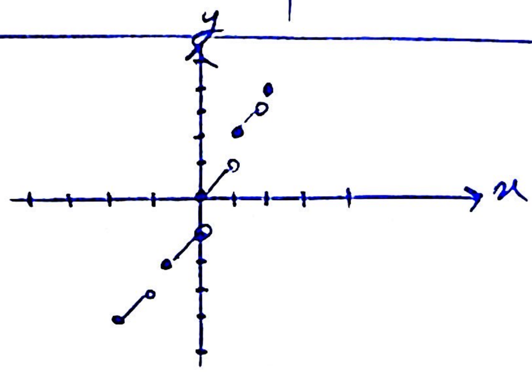
$y=[x]+[3-x]=[x]+[-x]+3$

$[x]+[-x]\begin{cases}0 & x\in\mathbb{Z}\\ -1 & x\notin\mathbb{Z}\end{cases}\xrightarrow{+3}\begin{cases}3 & x\in\mathbb{Z}\\ 2 & x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$



$y=3x-[x]$

$3x+2$	$-2\le x<-1$	$\longrightarrow$	$[x]=-2$
$3x+1$	$-1\le x<0$	$\longrightarrow$	$[x]=-1$
$3x$	$0\le x<1$	$\longrightarrow$	$[x]=0$
$3x-1$	$1\le x<2$	$\longrightarrow$	$[x]=1$
$3x-2$	$x=2$	$\longrightarrow$	$[x]=2$



$y=\sin^2x-\sin x+1$

$\xrightarrow{\sin x=1}\ 1-1+1=1$

$\xrightarrow{\sin x=-1}\ 3$

$\frac{-b}{2a}=\frac{1}{2}\ \longrightarrow\ \frac{1}{4}-\frac{1}{2}+1=\frac{3}{4}$

برد $=\left[\frac{3}{4},3\right]$

$y=\sin^4x+\sin^2x+1$

$\xrightarrow{\sin x=0}\ 0+0=1$

$\xrightarrow{\sin x=1}\ 1+1+1=3$

$\frac{-b}{2a}=\frac{-1}{2}\ \longrightarrow\ \frac{1}{16}+\frac{1}{4}+1=\frac{21}{16}$ ✗

غیرقابل قبول

برد $=[1,3]$
