پارمیس نبی‌زاده ، دوازدهم دختر B   تکلیف شماره ۳

---

۱) $x^۲+x+۲ = yx-y \longrightarrow x^۲+(۱-y)x+(۲+y)=۰$

$x = \dfrac{y-۱ \pm \sqrt{(۱-y)^۲-۸-۴y}}{۲} \longrightarrow \geq ۰$

$y^۲-۶y-۷ \geq ۰ \qquad (y-۷)(y+۱) \geq ۰$

$\begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۷ & \\ + & | & - & | & + \end{array}$

$R_f = (-\infty , -۱] \cup [۷ , +\infty)$

---

۲) الف

$۲x^۲-۵x+۱ \xrightarrow{a>۰} \min = (\frac{۵}{۴} , \frac{-۱۷}{۸})$

$R_f = [-\frac{۱۷}{۸} , +\infty)$

ب)

$-x^۲+۶x-۵ \xrightarrow{a<۰} \max(۳ , ۴)$

$R_f = (-\infty , ۴]$

$\sqrt{-x^۲+۶x-۵} \longrightarrow R_f = [۰ , ۲]$

ج)

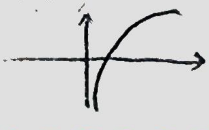
$x^۷-۳x^۲+۴x+۱ \longrightarrow$ برد $= R$

$\sqrt{x^۷-۳x^۲+۴x+۱} \longrightarrow R_f = [۰ , +\infty)$

د)

$x^۳-۶x^۲+۷x+۴ \longrightarrow$ برد $= \mathbb{R}$

$x^۳-۶x^۲+۷x+۴ > ۰ \longrightarrow \log_{۱۰} x^۳-۶x^۲+۷x+۴$



$R_f = \mathbb{R}$

---

۳) الف

تابع هموگرافی $\rightarrow R_f = \mathbb{R} -$ مجانب افقی

$y = \dfrac{۳x+۱}{۲x-۶} \rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{\frac{۳}{۲}\}$

ب

$\sqrt{\dfrac{۴x+۱}{x-۲}} \longrightarrow R_f = [۰ , +\infty) - \{۲\}$

ج

$$\frac{x^۲+۳+۱}{\sqrt{x^۲+۳}} = \sqrt{x^۲+۳} + \frac{۱}{\sqrt{x^۲+۳}}$$

$$\sqrt{x^۲+۳} > ۰ \to \sqrt{x^۲+۳} = [\sqrt{۳} ، +\infty)$$

$$\sqrt{۳} + \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{۴\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow R_f = [\frac{۴\sqrt{۳}}{۳} ، +\infty)$$

د

$$x^۲+۴ + \frac{۱}{x^۲+۴} - ۴$$

$$x^۲+۴ > ۰ \longrightarrow x^۲+۴ = [۴ ، +\infty)$$

$$R_f = [\frac{۱}{۴} ، +\infty)$$

---

۴) روش اصلی ←

$$۳x^۲+۴ = yx^۲ - y$$

$$(۳-y)x^۲ = -(۴+y) \to x^۲ = \frac{۴+y}{y-۳} \qquad x = \pm\sqrt{\frac{۴+y}{y-۳}}$$

$$\begin{array}{ccccc} & -۴ & & ۳ & \\ \hline + & ۰ & - & \text{ن} & + \end{array} \qquad R_f = (-\infty ، -۴] \cup (۳ ، +\infty)$$

تذکر ۲ ←

$$y = \frac{۳x^۲+۴}{x^۲-۱} \qquad x^۲ = [۰ ، +\infty)$$

$$x^۲ = +\infty \to y = ۳$$

$$x^۲ = ۰ \longrightarrow y = -۴$$

مخرج صفر می شود $\longrightarrow$ $(-\infty ، -۴] \cup (۳ ، +\infty)$

---

۵) روش اصلی

$$۲\sin x - ۱ = y\sin x + ۳y \qquad \sin x = \frac{۳y+۱}{۲-y}$$

$$(۲-y)\sin x = ۳y+۱ \to$$

$$\begin{cases} \frac{۳y+۱}{۲-y} \geq -۱ \longrightarrow \frac{۲y+۳}{۲-y} \geq ۰ \quad \begin{array}{ccccc} & -\frac{۳}{۲} & & ۲ & \\ \hline - & ۰ & + & \text{ن} & - \end{array} \to [-\frac{۳}{۲} ، ۲) \\ \frac{۳y+۱}{۲-y} \leq ۱ \to \frac{۴y-۱}{۲-y} \leq ۰ \quad \begin{array}{ccccc} & \frac{۱}{۴} & & ۲ & \\ \hline - & ۰ & + & \text{ن} & - \end{array} \to (-\infty ، \frac{۱}{۴}] \cup (۲ ، \infty) \end{cases}$$

$$I \cap II \to R_f = [-\frac{۳}{۲} ، \frac{۱}{۴}]$$

تذکر ۲

$$\sin x \begin{cases} -۱ \longrightarrow y = -\frac{۳}{۲} \\ +۱ \to y = \frac{۱}{۴} \end{cases} \xrightarrow{۰ \neq \text{مخرج}} R_f = [-\frac{۳}{۲} ، \frac{۱}{۴}]$$

۶)

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = y x^2 - y x + y$$

$$(1-y)x^2 + (y-1)x + \left(\frac{1}{4} - y\right) = 0$$

$$x = \frac{(1-y) \pm \sqrt{\underbrace{(y-1)^2 - (4-4y)\left(\frac{1}{4}-y\right)}} \rightarrow \geq 0}{2(1-y)}$$

$$y^2 - 2y + 1 - 4y^2 + 5y - 1 = -3y^2 + 3y \geq 0$$

	0		1	
$-$	0	$+$	0	$-$

$\Rightarrow y = [0 , 1]$ فرض $\neq 0 \rightarrow y \neq 1$

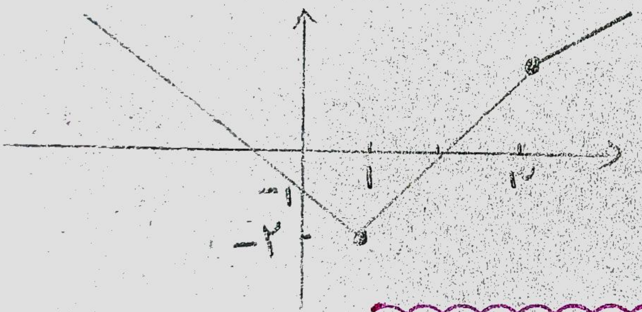
$R_f = [0 , 1)$ و $x^2 - x + 1 \neq 0$ $\Delta < 0$ ✓ $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

همواره برقرار

۷)

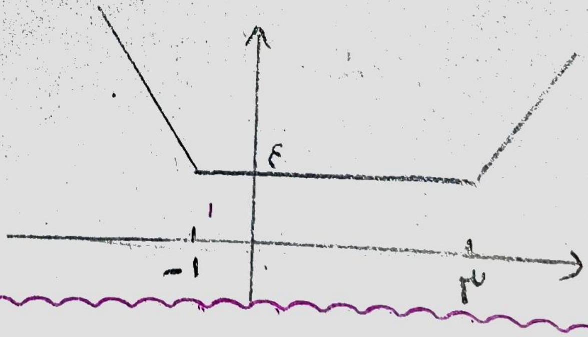
الف

	1		3	
$-x-1$		$3x-5$		$x+1$



$\Rightarrow R_f = [-2 , +\infty)$

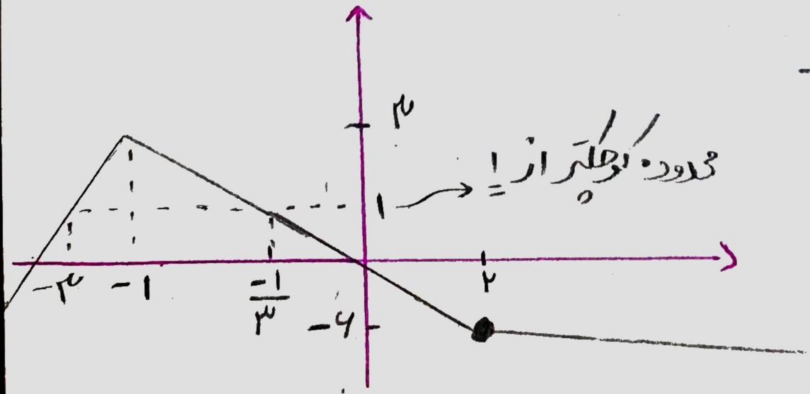
ب



$R_f = [4 , +\infty)$ ⇐ تابع گلدانی

۸)

	-1		2	
$x+4$		$-3x$		$-x-4$

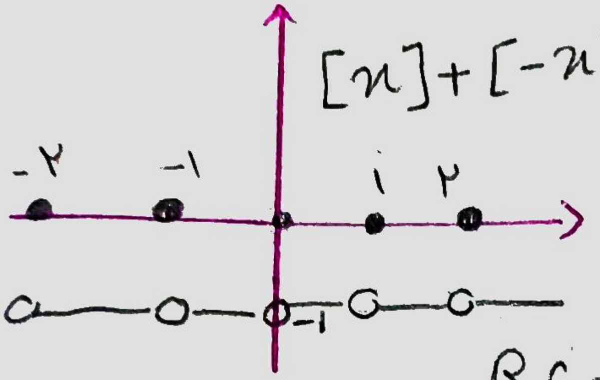


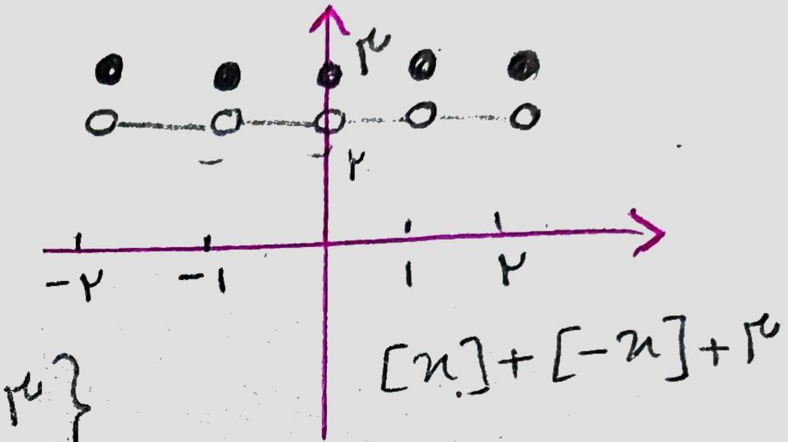
محدوده‌ی کوچکتر از ۱!

جواب = $(-\infty , -3] \cup [-\frac{1}{3} , \infty)$

۹) الف

$[x]+[۳-x] = [x]+[-x]+۳$

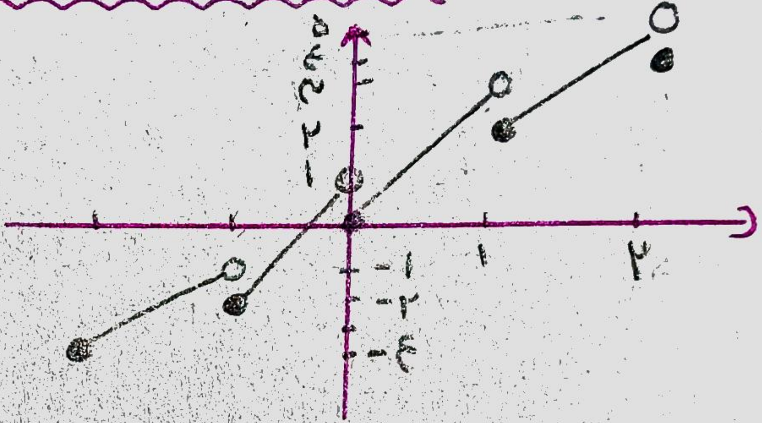




$R_f = \{۲, ۳\}$

ب

$$\begin{cases} [-۲, -۱) \rightarrow ۳x+۲ \\ [-۱, ۰) \longrightarrow ۳x+۱ \\ [۰, ۱) \longrightarrow ۳x \\ [۱, ۲) \longrightarrow ۳x-۱ \end{cases}$$



۱۰) الف

$y = \sin^۲ x - \sin x + ۱$

$\xrightarrow{\sin x = -۱}$ ۳

$\xrightarrow{\sin x = ۱}$ ۱

$\xrightarrow{\sin x = \frac{۱}{۲}}$ $\frac{۳}{۴}$

$R_f = [\frac{۳}{۴}, ۳]$

ب)

$y = \sin^۴ x + \sin^۲ x + ۱$

$\xrightarrow{\sin^۲ x = ۰}$ ۱

$\xrightarrow{\sin^۲ x = ۱}$ ۳

$\xrightarrow{\sin^۲ x = -\frac{۱}{۲}}$ غ ق ق

$R_f = [۱, ۳]$