تکلیف شماره ۳ سارینا ستاری

---

①

$yx - y = x^2 + x + 2 \Rightarrow x^2 + (1-y)x + 2 + y$

$$x = \frac{y-1 \pm \sqrt{1+y^2-2y-8-4y}}{2} \Rightarrow y^2-6y-7 \geq 0 \Rightarrow (y-7)(y+1) \geq 0$$

	-1		7	
$+$	0	$-$	0	$+$

$R_f = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$

---

②

الف) $y = 2x^2 - 5x + 1 \Rightarrow R = [\ ,+\infty) \Rightarrow R_f = [-\frac{17}{8}, +\infty)$

عرض رأس سهمی

ب) $-x^2+6x-5 \longrightarrow R = (-\infty, \ ] \Rightarrow R = (-\infty, 4] \xrightarrow{\text{زیر رادیکال}} R_f = [0, \sqrt{4}]$

عرض رأس سهمی

ج) برد چندجمله که توان فرد $= \mathbb{R} \xrightarrow{\text{رادیکال}} R = [0, +\infty)$

د) برد چندجمله به توان فرد $= \mathbb{R}$

$R_f = \mathbb{R}$

---

③

الف) $3yx - 2y = 4x + 1 \rightarrow x = \frac{2y-1}{3y-4} \Rightarrow 3y \neq 4 \Rightarrow y \neq \frac{4}{3}$

$R_f = \mathbb{R} - \{\frac{4}{3}\}$

ب) $\frac{4x+1}{x-3} \Rightarrow R = \mathbb{R} - \{4\} \xrightarrow{\text{رادیکال}} R = [0, +\infty) - \{2\}$

ج) $\sqrt{x^2+4} + \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} \rightarrow a + \frac{1}{a}$ $\xrightarrow{\sqrt{x^2+4} \geq 0}$ $R = [2, +\infty)$

د) $\underbrace{x^2+4+\frac{1}{x^2+4}}_{x^2+4>0 \ \to\ [2,+\infty)} - 4 \longrightarrow R_f = [-2, +\infty)$

۴

روش اصلی: $yx^2 - y = 3x^2 + 4 \Rightarrow (3-y)x^2 = -y-4 \Rightarrow x^2 = \frac{-y-4}{3-y}$

$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{-y-4}{3-y}} \Rightarrow$

-4		3	
$+$	0 $-$		$+$

$R = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

تذکر ۲: $x^2 \in [0, +\infty)$ $\xrightarrow{x=0} y = -4$ ، $\xrightarrow{x=+\infty} y = 3$

چون ریشه مخرج داره پس برد خارج این دو است

$R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

۵

روش اصلی: $y\sin x + 3y = 2\sin x - 1 \Rightarrow (2-y)\sin x = 3y+1$

$\Rightarrow \sin x = \frac{3y+1}{2-y}$

$\Rightarrow -1 \le \frac{3y+1}{2-y} \le 1$

$-1 \le \frac{3y+1}{2-y} \Rightarrow \frac{3y+1+2-y}{2-y} \ge 0 \Rightarrow \frac{3y+1}{2-y} \le 1 \Rightarrow \frac{3y+1-2+y}{2-y} \le 0$ ($4y-1$)

$\Rightarrow \frac{2y+3}{2-y} \ge 0$

$-\frac{3}{2}$		2	
$-$	$+$		$-$

$\frac{1}{4}$		2	
$-$	$+$		$-$

اشتراک

$R = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

$\square = \sin x$

تذکر ۲: $-1 \le \sin x \le 1$ $\xrightarrow{-1} y = -\frac{3}{2}$ ، $\xrightarrow{1} y = \frac{1}{4}$

$\xrightarrow{\text{چون } \sin x \ne -3} R = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

۶

$x^2 - x + 1 \ne 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow x^2 - x + 1$ همواره بزرگتر از صفر $\qquad D_f = \mathbb{R}$

$D = x^2 - x$

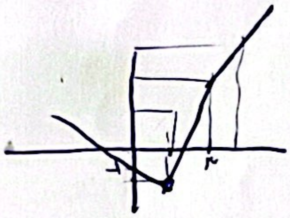
$x^2 - x \to [-\frac{1}{4}, +\infty)$ $\xrightarrow{x^2-x=-\frac{1}{4}} y = 0$ ، $\xrightarrow{x^2-x=+\infty} y = 1$ $\Rightarrow R_f = [0, 1]$

مخرج حساب نشود

⑦

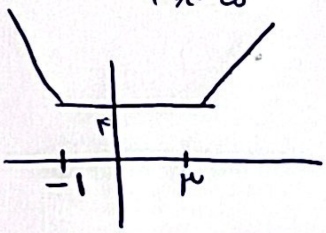
الف)

	1		3	
$\dfrac{-2x+2+x-3}{-x-1}$		$\dfrac{2x-2+x-3}{3x-5}$		$\dfrac{2x-2-x+3}{x+1}$



$R=[-2,+\infty)$

ب)



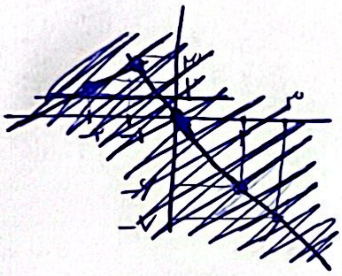
$R=[4,+\infty)$

---

⑧

$|x-2|-|2x+2|$

	-1		2	
$x+4$		$-3x$		$-x-4$



$-x-4\le 1 \Rightarrow x\ge -5 \Rightarrow [2,+\infty)$

$-3x\le 1 \Rightarrow x\le -\frac{1}{3} \to [-1,-\frac{1}{3}]$

$x+4\le 1 \Rightarrow x\le -3 \to (-\infty,-3]$

---

⑨

الف) $\underbrace{[x]+[-x]}+3$

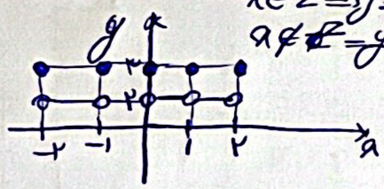
$x\in Z = 0$

$x\notin Z = -1$

$\Rightarrow R=\{3,2\}$

$x\in Z \Rightarrow y=3$

$x\notin Z \Rightarrow y=2$



ب)

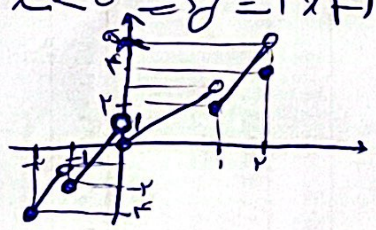
$x=2 \to y=3x-2$

$0\le x<1 \Rightarrow y=3x$

$1\le x<2 \Rightarrow y=3x-1$

$-1\le x<0 \Rightarrow y=3x+1$

$-2\le x<-1 \Rightarrow y=3x+2$



---

⑩

الف)

$\sin x=1 \quad y=1$

$\sin x=-1 \quad y=3$

$\sin x=\frac{1}{2} \quad y=\frac{3}{4}$

$R=[\frac{3}{4},3]$

ب)

$\sin^2 x=1 \quad y=3$

$\sin^2 x=0 \quad y=1$

$\sin^2 x=-\frac{1}{2}$

$R=[1,3]$