فاطمه رسمایی - دوازدهم سه شنبه

۱۹٫۵ آفرین!

سوال ۱

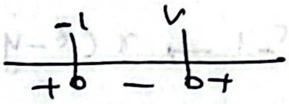
②

$y=\frac{x^۲+x+۲}{x-۱} \to yx-y=x^۲+x+۲ \to x^۲+x(۱-y)+۲+y=۰$

$\Delta=b^۲-۴ac \to (۱-y)^۲-۴(۲+y)=۱+y^۲-۲y-۸-۴y \to y^۲-۶y-۷$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a} \to x=\frac{y-۱\pm\sqrt{y^۲-۶y-۷}}{۲} \to \Delta\geq ۰$

$y^۲-۶y-۷\geq ۰ \to (y-۷)(y+۱)\geq ۰$



$$\boxed{R_f=(-\infty,-۱]\cup[۷,+\infty)}$$ ✓

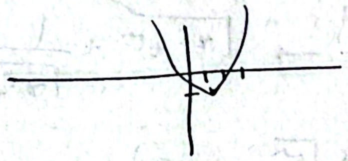
سوال ۲

②

الف) $y=۲x^۲-۵x+۱$

$x_s=-\frac{b}{۲a} \to \frac{۵}{۴} \to y_s=(۲)(\frac{۵}{۴})^۲-۵(\frac{۵}{۴})+۱ \to ۲\times\frac{۲۵}{۱۶}-\frac{۲۵}{۴}+۱$

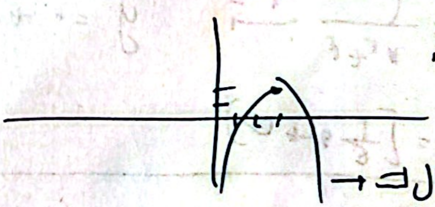
$\frac{۲۵}{۸}-\frac{۵۰}{۸}+\frac{۸}{۸}=\boxed{-\frac{۱۷}{۸}}$



$R_f=[-\frac{۱۷}{۸},+\infty)$ ✓

ب) $y=\sqrt{-x^۲+۶x-۵} \to y=-x^۲+۶x-۵ \to x_s=-\frac{b}{۲a}=\frac{-۶}{-۲}=۳$ ③

$y_s=\sqrt{-(۹)+۱۸-۵}=\sqrt{۴}=۲$ ②



max دارد

← برد زیر رادیکال

و عدد منفی در آن قرار نیست ⊗

✓ $R_f=[۰,۲]$

ج) $y=\sqrt{x^۷-۳x^۲+۴x+۱} \to$ برد تمام توابع چندجمله‌ای از مرتبه‌ی فرد (که بزرگترین توان x فرد است) برابر R است. لذا برد عبارت زیر رادیکال باید بزرگتر مساوی ۰ باشد

$R_f=[۰,+\infty)$ ✓

د) $y=\log(\underline{x^۳-۹x^۲+۷x+۴})$

برد عبارت R است

$R_f=(-\infty,+\infty)$ ✓

سوال ۳

۲

الف) $y=\frac{۳x+۱}{۲x-۶} \rightarrow ۲xy-۶y=۳x+۱ \rightarrow ۳x-۲xy+۶y+۱=۰$

$x(۳-۲y)+۶y+۱=۰ \rightarrow x=\frac{۶y+۱}{۲y-۳} \rightarrow ۲y-۳\neq ۰ \rightarrow ۲y\neq ۳$ $\boxed{y\neq \frac{۳}{۲}}$

$R_f=R-\{\frac{۳}{۲}\}$ ✓

ب) $y=\sqrt{\frac{۴x+۱}{x-۲}} \xrightarrow{\text{توان }۲} y^۲=\frac{۴x+۱}{x-۲} \rightarrow y^۲x-۲y^۲=۴x+۱$

$\rightarrow y^۲x+۴x=-۲y^۲-۱ \rightarrow x(۴-y^۲)=-۲y^۲-۱$

$x=\frac{-۲y^۲-۱}{۴-y^۲} \rightarrow x=\frac{۲y^۲+۱}{y^۲-۴} \rightarrow y\geq ۰ \rightarrow \boxed{y\neq ۲}$

چون عبارت زیر رادیکال و همواره ≥ ۰ است

$R_f=[۰, +\infty)-\{۲\}$ ✓

ج) $y=\frac{x^۲+۴}{\sqrt{x^۲+۳}} \rightarrow \frac{x^۲+۳+۱}{\sqrt{x^۲+۳}} \rightarrow \underbrace{\sqrt{x^۲+۳}}_{}+\frac{۱}{\sqrt{x^۲+۳}} \rightarrow \sqrt{۳}+\frac{۱}{\sqrt{۳}}$

min $=\sqrt{۳}$

$\frac{۴}{\sqrt{۳}}=\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}$ $R=[\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}, +\infty)$ ✓

د) $x^۲+\frac{۱}{x^۲+۴} \xrightarrow[x^۲=۰]{\text{min صفر}} y=۰+\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۴}$

$R_f=[\frac{۱}{۴}, +\infty)$ ✓

سوال ۴

۲

$y=\frac{۳x^۲+۴}{x^۲-۱} \rightarrow yx^۲-y=۳x^۲+۴ \rightarrow ۳x^۲-yx^۲=-y-۴$

$x^۲(۳-y)=-y-۴ \rightarrow x^۲=\frac{y+۴}{y-۳} \rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{y+۴}{y-۳}}$

-۴ ۳

$+$ $-$ $+$

$(-\infty, \underset{\text{بسته}}{-۴}] \cup (\underset{\text{باز}}{۳}, +\infty)$

راه دوم $\rightarrow y=\frac{۳x^۲+۴}{x^۲-۱}$ $\xrightarrow{x^۲=۰}$ $\frac{۴}{-۱}$ $\boxed{=-۴}$

$\xrightarrow{x^۲\to\infty}$ $=۳$

چون رسم نمودار دارد سمت ها خارج از این ۲ محدوده است.

$R_f=(-\infty, -۴] \cup (۳, +\infty)$ ✓

دقت کن

سوال ۵

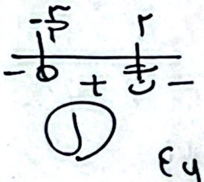
۲

$$y = \frac{۲\sin x - ۱}{\sin x + ۲}$$

$$\xrightarrow{\text{روش اول}} y\sin x + ۲y = ۲\sin x - ۱ \to ۲\sin x - y\sin x = ۲y + ۱$$

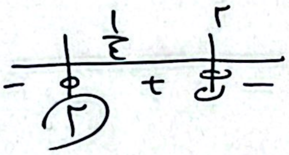
$$\sin x(۲ - y) = ۲y + ۱ \to \sin x = \frac{۲y + ۱}{۲ - y}$$

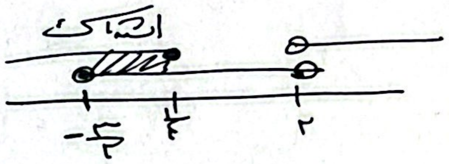
$$-۱ \le \sin x \le ۱ \to -۱ \le \frac{۲y+۱}{۲-y} \le ۱ \to \frac{۲y+۱}{۲-y} \ge -۱ \to \frac{۳y+۱}{۲-y} + \frac{۲-y}{۲-y} \ge ۰$$



$$\frac{۲y+۳}{۲-y} \ge ۰ \qquad \frac{۳y+۱}{۲-y} \le ۱ \to \frac{۲y+۱}{۲-y} + \frac{y-۲}{۲-y} \le ۰$$

$$\frac{۴y - ۱}{۲ - y} \le ۰ \to$$





$$① \cap ② \to \left[-\frac{۳}{۲}, \frac{۱}{۴}\right]$$

$$\text{راه دوم} \to y = \frac{۲\sin x - ۱}{\sin x + ۲} \xrightarrow{\sin x = ۱} \frac{۲(۱) - ۱}{۱ + ۲} = \frac{۱}{۴}$$

$$\xrightarrow{\sin x = -۱} \frac{۲(-۱) - ۱}{-۱ + ۲} = \frac{-۳}{۲}$$

$$R_f = \left[-\frac{۳}{۲}, \frac{۱}{۴}\right]$$ ✓

سوال ۶

۲

$$y = \frac{x^۲ - x + \frac{۱}{۴}}{x^۲ - x + ۱} \to yx^۲ - xy + y = x^۲ - x + \frac{۱}{۴}$$

$$yx^۲ - x^۲ - xy + x + y - \frac{۱}{۴} = ۰ \to (y-۱)x^۲ - (y-۱)x + y - \frac{۱}{۴} = ۰$$

$$x = \frac{(y-۱) \pm \sqrt{(y-۱)^۲ - ۴(y - \frac{۱}{۴})(y-۱)}}{۲(y-۱)}$$

$$(y-۱)^۲ - ۴(y - \frac{۱}{۴})(y-۱) \ge ۰ \to (y-۱)(y - ۱ - ۴y + ۱) \ge ۰ \to (y-۱)(-۳y) \ge ۰$$

$\boxed{۰ \le y \cancel{\le} ۱}$ ✓ → وشرط استفاده از روش دلتا مخالف بودن ضریب $x^۲$ با ۰ است
اما تابع به ازای همه مقدارهای میل به ۱ نمی‌شود پس $y = ۱$ باز است

$$\text{دامنه} \to R - \{\text{ریشه‌های مخرج}\} \to x^۲ - x + ۱ = ۰ \to \Delta = b^۲ - ۴ac$$

هیچ ریشه ندارد

$$۱ - ۴(۱) < ۰ \to -۳ < ۰ \to \Delta < ۰$$

$$\boxed{D = R}$$

سوال ۷

۲

الف) $y = |۲x - ۲| - |x - ۳|$

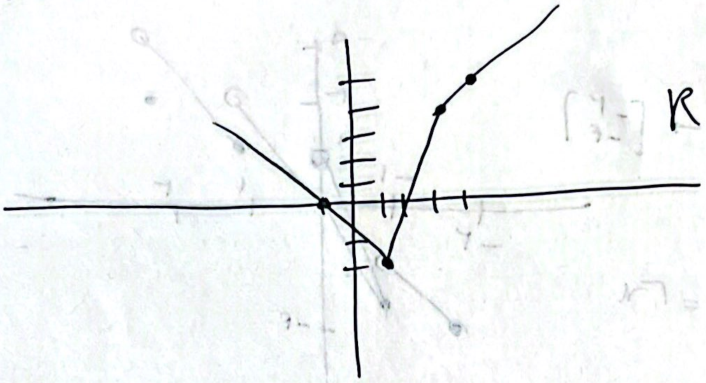
۱ ۳

~~۰~~ -۱ ۱ ۳ ۴

$|۲\times -۱ -۲| - |-۱-۳|$ $|۲\times ۱-۲| - |۱-۳|$ $|۲\times ۳-۲| - |۳-۳|$ $|۲\times \cancel{۴} -۲| - |\cancel{۴-۳}|$

$+۴ - ۴ = ۰$ $\begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix}$ ۶ ۱

$\begin{bmatrix} -۱ \\ ۰ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۵ \end{bmatrix}$

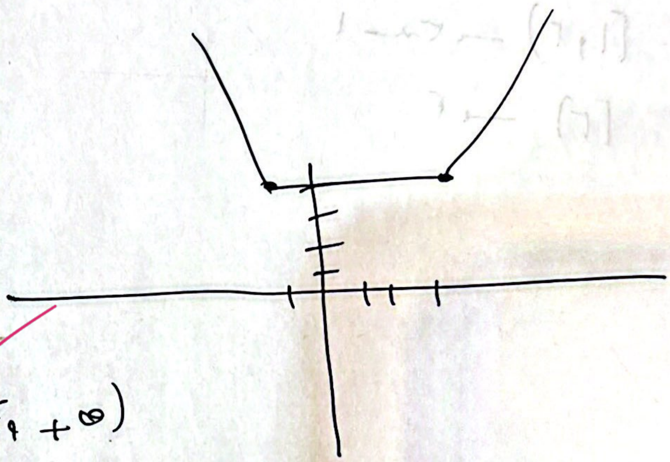


$R = [-۲ , +\infty)$ ✓

ب) $y = |x - ۳| + |x + ۱|$

۳ -۱

$\begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -۱ \\ ۴ \end{bmatrix}$



✓

$R_f = [۴ , +\infty)$

سوال ۸

۲

$y = |x - ۲| - |۲x + ۲| \leq ۱$

-۱ ۲

$-x + ۲ + ۲x + ۲ \leq ۱$ | $-x + ۲ - ۲x - ۲$ | $x - ۲ - ۲x + ۲$

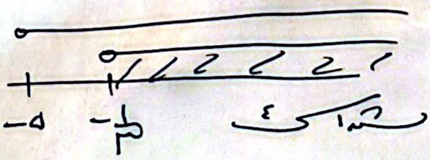
$x \leq -۳$ ② $-۲x \leq ۱$ $-x - ۴ \leq ۱$

$x \geq -\frac{۱}{۳}$ $-x \leq ۵$

$x \geq -۵$

$(-\infty , -۳] \cup (-\frac{۱}{۳} , +\infty)$

① ∪ ② ✓



اشتراک ①

سوال ۹

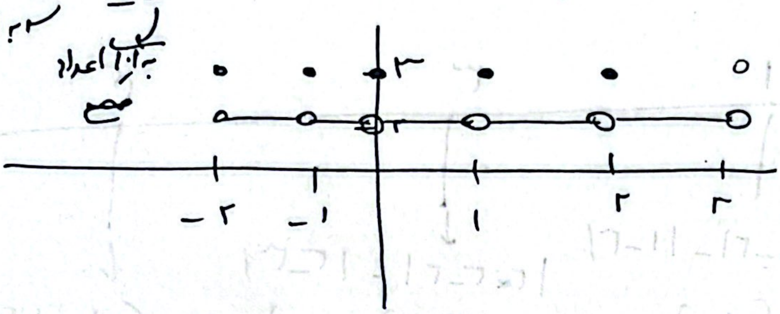
②

الف) $[x] + ۳ + [-x]$ $R_y = \{۳ , ۲\}$

۰ یا -۱

۲ به ازای اعداد غیر صحیح

به ازای اعداد صحیح



ب) $y = ۲x - [x]$

$[-۲ , ۲]$

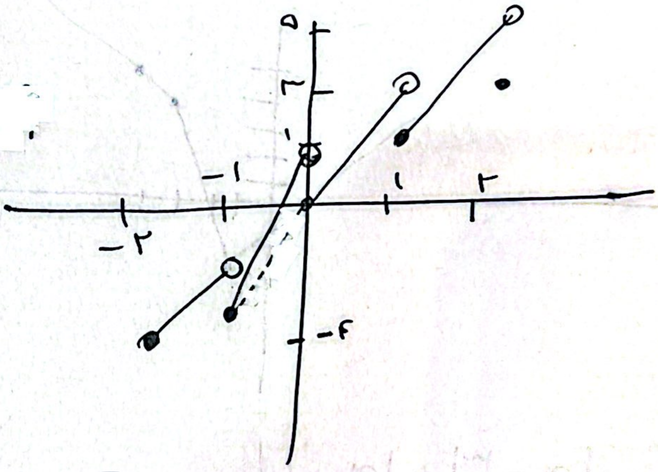
$[-۲ , -۱) \rightarrow ۲x + ۲$

$[-۱ , ۰) \rightarrow ۲x + ۱$

$[۰ , ۱) \rightarrow ۲x + ۰ = ۲x$

$[۱ , ۲) \rightarrow ۲x - ۱$

$[۲] \rightarrow ۴$



$R_y = [-۴ , ۵)$

سوال ۱۰

۲

الف) $y = \sin x^{2} - \sin x + 1$

$\xrightarrow{\sin x = 1} \quad 1 - 1 + 1 = 1$

$\xrightarrow{\sin x = -1} \quad 1 + 1 + 1 = 3$

$\xrightarrow{\sin x = -\frac{b}{2a}} \quad +\frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4}$

$[\frac{3}{4} , 3]$ ✓

ب) $y = \sin^{4} x + \sin^{2} x + 1$

$\xrightarrow{\sin^{2} x = 0} \quad 0 + 0 + 1 = 1$

$\xrightarrow{\sin^{2} = 1} \quad 1 + 1 + 1 = 3$

✓ $[1 , 3]$

$\xrightarrow{\sin^{2} = -\frac{b}{2a}} = -\frac{1}{2} \propto$ غ ق ق