نام و نام خانوادگی ...[illegible]... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۳ کلاس ...[illegible]... دوازدهم

۱

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \Rightarrow yx-y=x^2+x+2 \Rightarrow x^2+x(1-y)+(y+2)=0 \Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow$

$\Delta\geq 0 \Rightarrow (1-y)^2-4(y+2) \Rightarrow y^2-6y-7\geq 0 \xrightarrow{(x-7)(x+1)\geq 0} R_f=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$

۲

الف) $y=2x^2-5x+1 \xrightarrow{a>0} \begin{cases} x_{min}=\frac{-b}{2a}=\frac{5}{4} \\ y_{min}=\frac{341}{16} \end{cases} \Rightarrow R_f=[\frac{341}{16},+\infty)$

ب) $y=\sqrt{-x^2+6x-5} \xrightarrow{a<0} \begin{cases} x_{max}=\frac{-b}{2a}=3 \\ y_{max}=4 \end{cases} \Rightarrow R_f=\sqrt{(-\infty,4]}=[0,2]$

ج) $y=\sqrt{x^7-3x^2+4x+1} \longrightarrow R_f=[0,+\infty)$ اگر این عبارات زیر رادیکال نبود بردش $\mathbb{R}$ بود حالا که زیر رادیکال است

د) $\log(x^3-6x^2+7x+4)$ چون بزرگترین فرد است ⇐ $R_f=(-\infty,+\infty)$

۳

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-6} \xrightarrow{\text{هموگرافیک}} R_f=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}$ مجانب قائم

ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \xrightarrow{\text{هموگرافیک}} R_f=\sqrt{\mathbb{R}-\{4\}} \Rightarrow R_f=[0,+\infty)-\{2\}$

ج) $y=\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} \Rightarrow y=\frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}}=\sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow[\sqrt{3}\text{ است}]{\text{کمترین مقداری که می‌تواند داشته باشد}} \sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}} \Rightarrow R_f=[\frac{4}{\sqrt{3}},+\infty)$

د) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4} \Rightarrow y=x^2+4+\frac{1}{x^2+4}-4 \xrightarrow{\text{کمترین مقداری که } x \text{ می‌تواند داشته باشد ۰ است}} 4+\frac{1}{4}-4=\frac{1}{4} \Rightarrow R_f=[\frac{1}{4},+\infty)$

۴

روش کیفی:

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$ ؛ $x^2=$ کمترین مقدار $=0$ → $y=-4$ ؛ $x^2=$ بیشترین مقدار $=+\infty$ → $y=3$ ؛ مخرج صفر می‌شود ⇐

$R_f=(-\infty,-4]\cup[3,+\infty)$

روش اصلی:

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1} \Rightarrow yx^2-y=3x^2+4 \Rightarrow$

$yx^2-3x^2=y+4 \Rightarrow x^2(y-3)=y+4 \Rightarrow x=\sqrt{\frac{y+4}{y-3}}$

$\Rightarrow y=\sqrt{\frac{x+4}{x-3}} \Rightarrow \frac{x+4}{x-3}\geq 0$ $\quad \begin{array}{ccc} -4 & & 3 \\ + & - & + \end{array}$

$\Rightarrow R_f=(-\infty,-4]\cup[3,+\infty)$

۵

روش کیفی:

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$ ؛ $\sin x$ کمترین مقدار $=-1$ → $y=-\frac{3}{2}$ ؛ $\sin x$ بیشترین مقدار $=1$ → $y=\frac{1}{4}$ ؛ مخرج صفر نمی‌شود ⇐ $R_f=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

روش اصلی:

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$

$\Rightarrow y\sin x+3y=2\sin x-1 \Rightarrow \sin x(2-y)=3y+1$

$\Rightarrow \sin x=\frac{3y+1}{2-y} \Rightarrow -1\leq\frac{3y+1}{2-y}\leq 1$

$\frac{3y+1}{2-y}\geq -1 \Rightarrow 3y+1\geq y-2 \Rightarrow y\geq -\frac{3}{2}$

$\frac{3y+1}{2-y}\leq 1 \Rightarrow 2-y\geq 3y+1 \Rightarrow y\leq\frac{1}{4}$ $\quad R_f=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

لیلی طباطبایی

۶

$f(x)=\frac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1}$ $D_f \to x^2-x+1\neq 0 \Rightarrow \Delta<0$ و دارد min $\Rightarrow D_f=\mathbb{R}$

$x^2y-xy+y=x^2-x+\frac{1}{4} \Rightarrow (y-1)x^2-(y-1)x+y-\frac{1}{4}=0 \Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \Delta\geq 0$

$(y-1)^2-4(y-\frac{1}{4})(y-1)\geq 0 \Rightarrow (y-1)(y-1-4y+1)\geq 0 \Rightarrow (y-1)(-3y)\geq 0 \Rightarrow 0\leq y\leq 1$

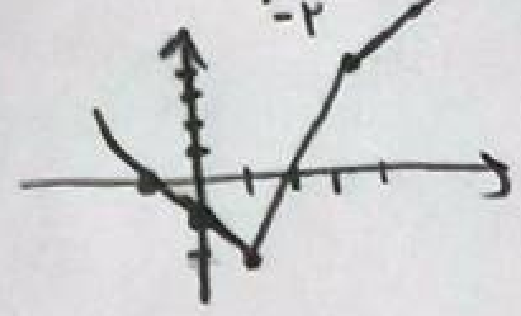
$R_f=[0,1)$ اما ضریب x^2 نباید صفر شود $\Rightarrow 1$ غ ق ق است

۷

الف) $y=|2x-4|-|x-3|$

$-2x+4+x-3$ $-x-1$	$2x-4+x-3$ $3x-5$	$2x-4-x+3$ $x+1$

-2 , 4

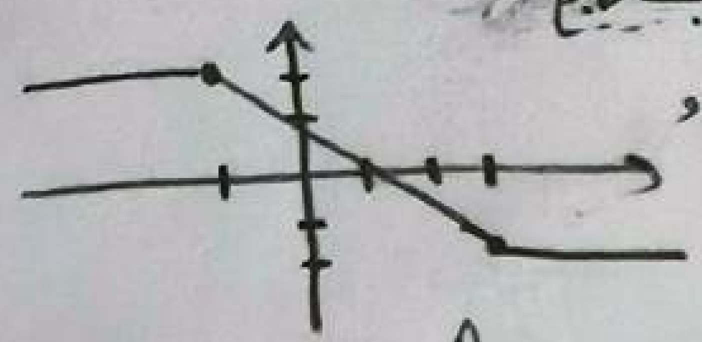


$R_f=[-2,+\infty)$

ب) $y=|x-3|+|x+1|$

تفاضل ریشه‌ها $=2 \leftarrow$ ثابت تابع

ریشه‌ها $=3,-1 \leftarrow$ پایین و بالای تابع



$R_f=[-2,2]$

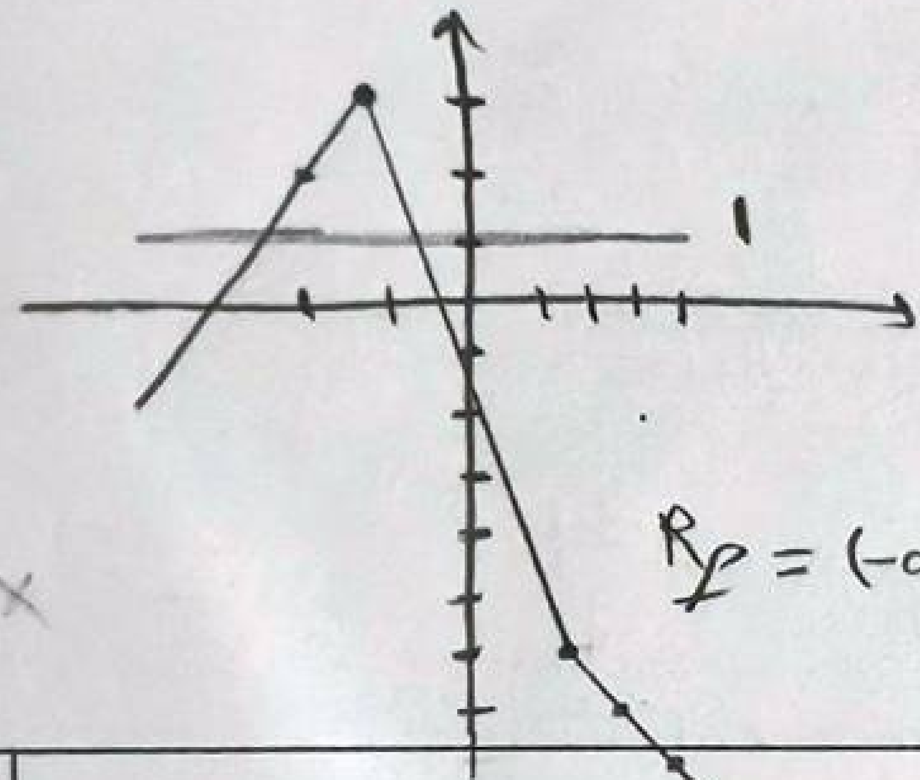
۸

$y=|x-2|-|2x+2|$

$-x+2+2x+2$ $x+4$	$-x+2-2x-2$ $-3x$	$x-2-2x-2$ $-x-4$

3 , -4

$x+4<1 \Rightarrow x\leq -3$ ✓ $-3x\leq 1 \Rightarrow x\geq -\frac{1}{3}$ ✓ $-x-4<1$, $-x\leq 5$, $x\geq -5$ ✓



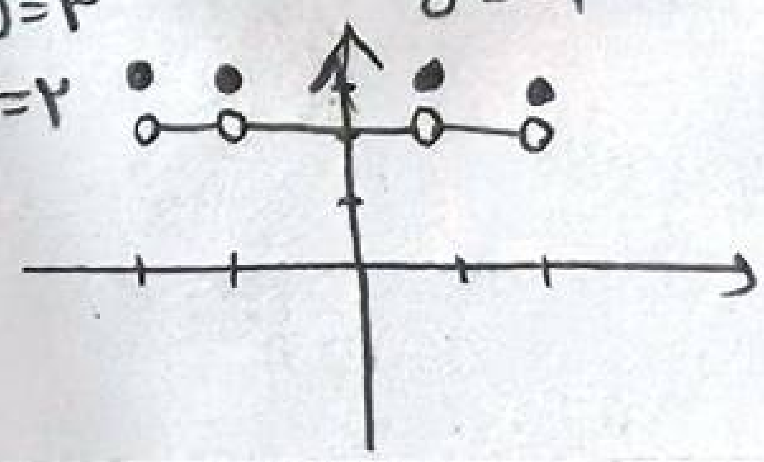
$R_f=(-\infty,-3]\cup[-\frac{1}{3},+\infty)$

۹

الف) $y=[x]+[3-x] \Rightarrow y=[x]+[-x]+3$

$y'=[x]+[-x]\begin{cases} x\in\mathbb{Z} \Rightarrow y'=0 \\ x\notin\mathbb{Z} \Rightarrow y'=-1 \end{cases}$

$\Rightarrow y\begin{cases} x\in\mathbb{Z} \Rightarrow y=3 \\ x\notin\mathbb{Z} \Rightarrow y=2 \end{cases}$



$R_f=\{2,3\}$

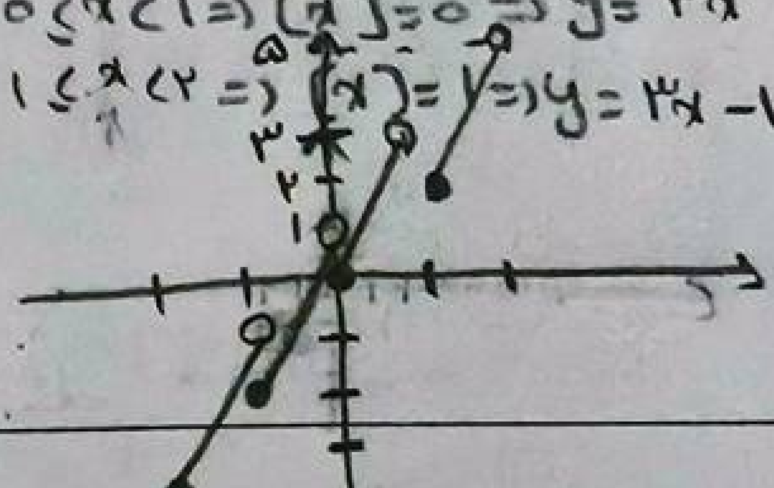
ب) $y=3x-[x]$

$-2\leq x<-1 \Rightarrow [x]=-2 \Rightarrow y=3x+2$

$-1\leq x<0 \Rightarrow [x]=-1 \Rightarrow y=3x+1$

$0\leq x<1 \Rightarrow [x]=0 \Rightarrow y=3x$

$1\leq x<2 \Rightarrow [x]=1 \Rightarrow y=3x-1$ $x=2 \Rightarrow y=3x-2$



۱۰

الف) $y=\sin^2x-\sin x+1$

- -1: $\sin x=-1 \Rightarrow y=3$
- $\frac{-b}{2a}$: $\sin x=\frac{1}{2} \Rightarrow y=\frac{3}{4}$
- 1: $1-1+1=1$

$R_f=[\frac{3}{4},3]$

ب) $y=\sin^4x+\sin^2x+1$

- 0: $y=1$
- $\frac{-b}{2a}$: $-\frac{1}{2}$ ✗
- 1: $y=3$

$R_f=[1,3]$