نام و نام خانوادگی ...[illegible]... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۳... کلاس ...[illegible]...

۱۹ آفرین!

۱ (۲)

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \rightarrow yx-y=x^2+x+2 \Rightarrow x^2+(1-y)x+2+y=0 \xrightarrow[\text{از روش دلتا می‌دهیم}]{x \text{ را محاسبه}} x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$=\frac{y-1\pm\sqrt{(1-y)^2-4(2+y)}}{2} \xrightarrow[\text{باید مثبت یا صفر باشد}]{\text{عبارت زیر رادیکال}} 1+y^2-2y-8-4y\geq 0 \Rightarrow y^2-6y-7\geq 0$

$(y+1)(y-7)$ ، -1 ، 7

-1 ، 7 ؛ $+$ ، $-$ ، $+$

$\Rightarrow R_f:(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$

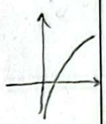
۲ (۲)

الف) $y=2x^2-5x+1 \longrightarrow y_{min}:-\frac{\Delta}{4a}=\frac{-(b^2-4ac)}{4a}=\frac{-(25-8)}{8}=\frac{-17}{8} \Rightarrow R_f:[-\frac{17}{8},+\infty)$

ب) $y=\sqrt{-x^2+6x-5} \xrightarrow{\text{عبارت زیر رادیکال}} y_{max}:\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-(\overset{16}{36-20})}{-4}=4 \longrightarrow R_g:(-\infty,4] \xrightarrow[\text{اعمال می‌کنیم}]{\text{رادیکال را}} R_f:[0,2]$

ج) $y=\sqrt{x^7-3x^2+4x+1} \xrightarrow{\text{می‌دانیم که توابع چندجمله‌ای با درجه فرد برد برابر با } \mathbb{R} \text{ است}} \xrightarrow{\text{اما باید رادیکال را اعمال کنیم}} \Rightarrow R_f:[0,+\infty)$

د) $y=\log(x^3-6x^2+7x+4) \longrightarrow$ باز درجه فرد است اما باید log را اعمال کنیم $\rightarrow$ log عبارت‌های مثبت را تحویل می‌گیرد و $(0,+\infty)$ را می‌پذیرد $\Longrightarrow R_f:(-\infty,+\infty)$ از روی نمودار log مشخص است



۳ (۱٫۷۵)

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-6} \Rightarrow(-6)(3)\neq 2 \xrightarrow{\text{پس با هموگرافیک طرفیم}} \Rightarrow R_f:\mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\}=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}$

ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \Rightarrow(-2)(4)\neq 2 \longrightarrow$ باز هموگرافیک است اما رادیکال که هم داریم $\longrightarrow R_f:[0,+\infty)-\{\sqrt{\frac{a}{c}}\}=[0,+\infty)-\{2\}$

ج) $y=\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} \Rightarrow \underbrace{\sqrt{x^2+3}}_{a}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow{a>0} R_f:[\cancel{2},+\infty)$ $R_y=[\frac{4\sqrt{3}}{3},+\infty)$ $y_{min}\longrightarrow x=0\longrightarrow\frac{4\sqrt{3}}{3}$

د) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4} \Rightarrow \underbrace{x^2+4}_{a}+\frac{1}{x^2+4}-4$ $a>0$ می‌شود اما نمی‌تواند ۲ شود پس به ناچار ۴ می‌شود و برد از $\frac{17}{4}$ تا $+\infty$ می‌شود منها باید ۴ تا از آن کم کنیم $\Rightarrow R_f:[\frac{1}{4},+\infty)$

۴ (۲)

روش اصلی: $y=\frac{3x^2+4}{x^2-1} \Longrightarrow x^2=-\frac{-y-4}{y-3}=\frac{y+4}{y-3} \Rightarrow \frac{y+4}{y-3}\geq 0$

-4 ، 3 ؛ $+$ ، $-$ ، $+$

$\Rightarrow R_f:(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

روش تذکر ۲: $min\ x^2=0 \longrightarrow \frac{3(0)+4}{(0)-1}=-4=y$

$max\ x^2=+\infty \xrightarrow[\text{از ضرایب درجه‌ها صرف‌نظر می‌کنیم}]{?} y=3$

$\xrightarrow{\text{مخرج صفر می‌شود}} (-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$ چون ∞ است سر آن باز است

۵ (۲)

روش اصلی: $y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3} \Rightarrow \sin x=-\frac{3y+1}{y-2}=\frac{3y+1}{2-y} \Rightarrow \underbrace{-1\leq\frac{3y+1}{2-y}}_{(II)}\underbrace{\leq 1}_{(I)}$

$\xrightarrow{(I)} \frac{3y+1-(2-y)}{2-y}\leq 0 \Rightarrow \frac{4y-1}{2-y}\leq 0$

$\frac{1}{4}$ ، 2 ؛ $-$ ، $+$ ، $-$

$\xrightarrow{(II)} 0\leq\frac{3y+1+(2-y)}{2-y} \Rightarrow 0\leq\frac{2y+3}{2-y}$

$-\frac{3}{2}$ ، 2 ؛ $-$ ، $+$ ، $-$

$(I)\cap(II):[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

روش ۲: $\sin x_{min}=-1\longrightarrow y=\frac{-3}{2}$

$\sin x_{max}=1\rightarrow y=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow R_f:[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

$f(x)=\dfrac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1}$

$D_f:\ x^2-x+1\neq 0 \xrightarrow{\Delta<0}$ مخرج همیشه $\neq 0 \longrightarrow D_f:\mathbb{R}$

$R_f:\ \dfrac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1}=1-\dfrac{\frac{3}{4}}{x^2-x+1}$

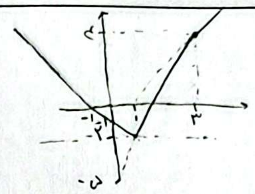
برد مخرج را حساب می‌کنیم $:\ x^2-x+1 \longrightarrow y_{min}=\dfrac{-\Delta}{4a}=\dfrac{-(1-4)}{4}=\dfrac{3}{4} \longrightarrow R_{مخرج}:[\frac{3}{4},+\infty) \Rightarrow \frac{3}{4}\leq x^2-x+1<+\infty \Rightarrow \frac{4}{3}\geq\dfrac{1}{x^2-x+1}>\dfrac{1}{+\infty}$

$\Rightarrow 1\geq\dfrac{\frac{3}{4}}{x^2-x+1}>0 \Longrightarrow -1\leq\dfrac{-\frac{3}{4}}{x^2-x+1}<0 \Rightarrow 0\leq 1-\dfrac{\frac{3}{4}}{x^2-x+1}<1 \longrightarrow R_f:[0,1)$

(۲) ۶

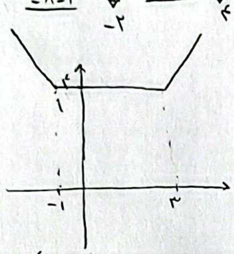
الف) $|2x-2|-|x-3|=y$

① هر دو منفی	عبارت چپ + و راست −	③ هر دو مثبت
$-(2x-2)-(-(x-3))$	$2x-2-(-(x-3))$	$2x-2-(x-3)$
$=-x-1$	$=3x-5$	$=x+1$
$\downarrow -2$		$\downarrow 4$



$R_f:[-2,+\infty)$

ب) $|x-3|+|x+1|=y$



$R_f:[4,+\infty)$

(۲) ۷

$|x-2|-|2x+2|\leq 1$

حال در هر محدوده بررسی می‌کنیم: $x\leq -1 \quad x+4\leq 1 \Rightarrow x\leq -3$

$-1\leq x\leq 2 \quad -3x\leq 1 \Rightarrow x\geq -\frac{1}{3} \xrightarrow{\text{با توجه به محدوده } x} -\frac{1}{3}\leq x\leq 2$

$2\leq x \quad -x-4\leq 1 \Rightarrow -5\leq x \xrightarrow{\quad \sim \quad} 2\leq x$

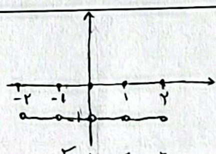
هر دو −	① راست + و چپ −	② هر دو +
$-(x-2)-(-(2x+2))$	$-(x-2)-(2x+2)$	$x-2-(2x+2)$
$=x+4$	$=-3x$	$=-x-4$
$\downarrow 3$	$\downarrow -6$	

پس خواهیم داشت: $(-\infty,-3]\cup[-\frac{1}{3},+\infty)$

(۲) ۸

الف) $y=[x]+[3-x]=[x]+[-x]+3$

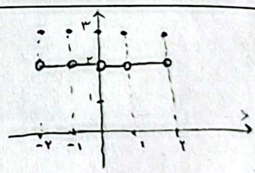
$R_y=\{2,3\}$



$\underbrace{[x]+[-x]}$

$\overset{-1}{x\notin\mathbb{Z}} \qquad \overset{0}{x\in\mathbb{Z}}$

۳ تا به بالا می‌بریم (انتقال عمودی)



ب) $3x-[x]$

$-2\leq x<-1 \quad [x]=-2 \Rightarrow 3x-(-2)=3x+2$

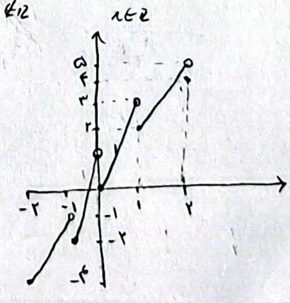
$-1\leq x<0 \quad [x]=-1 \Rightarrow 3x-(-1)=3x+1$

$0\leq x<1 \quad [x]=0 \Rightarrow 3x$

$1\leq x<2 \quad [x]=1 \Rightarrow 3x-1$

$x=2 \quad [x]=2 \Rightarrow 3x-2=4$

$R_y=[-4,5)$



(۱/۵) ۹

الف) $y=\sin^2 x-\sin x+1$

$\min \sin x=-1 \longrightarrow y=3$

$\max \sin x=1 \longrightarrow y=1 \quad \longrightarrow R_f:[1,3]$

$\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{1}{2} \longrightarrow y=\dfrac{3}{4}$

$R_f=[\frac{3}{4},3]$

ب) $y=\sin^4 x+\sin^2 x+1$

$\min \sin^2 x=0 \longrightarrow y=1$

$\max \sin^2 x=1 \longrightarrow y=3 \Rightarrow R_f:[1,3]$

$\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-1}{2}$ غ ق ق

(۱/۷۵) ۱۰