نام: دیبا احمدی — شماره تکلیف: ۳ — مقطع: دوازدهم دختر B

①

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \longrightarrow yx-y=x^2+x+2 \longrightarrow x^2+x(1-y)+2+y=0 \to x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

$\longrightarrow x=\frac{-(1-y)\pm\sqrt{(1-y)^2-4(2+y)}}{2} \xrightarrow{\Delta\geq 0} (1-y)^2-4(2+y)\geq 0 \to y^2-6y-7\geq 0 \begin{cases} y=-1 \\ y=7 \end{cases}$

$\to \begin{array}{ccccc} & -1 & & 7 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array} \longrightarrow R_f=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$

②

الف) $2x^2-5x+1 \xrightarrow{a>0} x_{min}=\frac{-b}{2a}=\frac{5}{4} \to y_{min}=\frac{-17}{8} \longrightarrow R_f=[\frac{-17}{8},+\infty)$

ب) $\sqrt{-x^2+6x-5} \xrightarrow{a<0} x_{max}=\frac{-b}{2a}=3 \to y_{max}=4 \longrightarrow R_f=\sqrt{(-\infty,4]}=[0,2]$

ج) $R_f=[0,+\infty]$ ← بزرگترین توان ۷ است که فرد می‌باشد پس برد R است و با توجه به رادیکال که نباید منفی باشد

د) $\log(x^3-6x^2+7x+4) \xrightarrow{\log} R_f=\mathbb{R}$

برد این عبارت IR است

③

الف) $R_f=\mathbb{R}-\{$ نسبت اش $\}=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}$

ب) $R_f=\sqrt{\mathbb{R}-\{4\}}=[0,+\infty)-\{2\}$

ج) $\sqrt{x^2+3}=t \Rightarrow f(x)=\frac{t^2+1}{t}=t+\frac{1}{t}$ * → مقدار min $\sqrt{x^2+3}=\sqrt{3} \xrightarrow{*} \sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}}$

$R_f=[\frac{4}{\sqrt{3}},+\infty)$

د) با توجه به مثبت و صعودی بودن تابع ← مقدار min $x^2=0 \to y=\frac{1}{4} \longrightarrow R_f=[\frac{1}{4},+\infty)$

④

$\xrightarrow{\text{روش اول}} yx^2-y=3x^2+4 \to x^2(y-3)=4+y \to x^2=\frac{4+y}{y-3} \to x=\pm\sqrt{\frac{4+y}{y-3}}$

$\xrightarrow{\frac{4+y}{y-3}\geq 0} \begin{array}{ccccc} & -4 & & 3 & \\ + & 0 & - & \nexists & + \end{array} \to R_f=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

$\xrightarrow{\text{روش ②}} x^2=-\frac{-y-4}{y-3}=\frac{y+4}{y-3} \longrightarrow x=\pm\sqrt{\frac{4+y}{y-3}} \xrightarrow{\frac{4+y}{y-3}\geq 0} \begin{array}{ccccc} & -4 & & 3 & \\ + & 0 & - & \nexists & + \end{array} \to R_f=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

⑤

$\xrightarrow{\text{روش اول}} y\sin x+3y=2\sin x-1 \longrightarrow \sin x(y-2)=-1-3y \to \sin x=\frac{-1-3y}{y-2}$

$\xrightarrow{-1\leq\sin x\leq 1} -1\leq\frac{-1-3y}{y-2}\leq 1 \begin{cases} -1\leq\frac{-1-3y}{y-2} \to -\frac{3}{2}\leq y \\ \frac{-1-3y}{y-2}\leq 1 \to y\leq\frac{1}{4} \end{cases} \xrightarrow{\cap} -\frac{3}{2}\leq y\leq\frac{1}{4} \to R_f=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

$\xrightarrow{\text{روش ②}} \sin x=-\frac{3y+1}{y-2}=\frac{-3y-1}{y-2} \xrightarrow{-1\leq\sin x\leq 1} -\frac{3}{2}\leq y\leq\frac{1}{4} \to R_f=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

(۶)

$D_f \Rightarrow x^2-x+1\neq 0 \to \Delta<0 \to D_f=\mathbb{R}$

$R_f \Rightarrow y=\dfrac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1} \to x^2y-xy+y=x^2-x+\frac{1}{4} \to (y-1)x^2-(y-1)x+y-\frac{1}{4}=0$

$x=\dfrac{(y-1)\pm\sqrt{(y-1)^2-4(y-\frac{1}{4})(y-1)}}{2(y-1)} \xrightarrow{\Delta\geq 0} (y-1)^2-4(y-\frac{1}{4})(y-1)\geq 0 \to (y-1)(-3y)\geq 0$

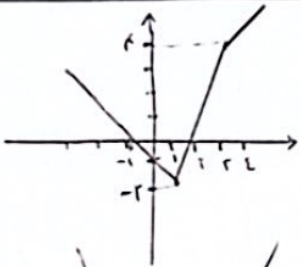
$\to$ $\begin{array}{c|c|c} & 0 & 1 \\ - & + & - \end{array}$ $\to 0\leq y\leq 1 \to (\neq 1)$ به ازای هیچ مقداری ۱ نمی‌شود $\to R_f=[0,1)$

---

(۷)

الف)

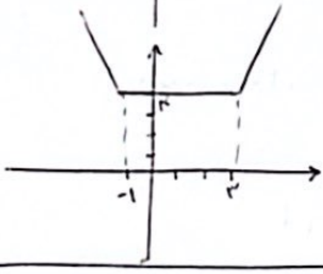
$\begin{array}{c|c|c} & 1 & 3 \\ -x-1 & 3x-5 & x+1 \\ & (-2) & (4) \end{array}$



$R_f=[-2,+\infty)$

ب)

$\begin{array}{c|c|c} & -1 & 2 \\ -2x+2 & 4 & 2x-2 \\ & (4) & (4) \end{array}$

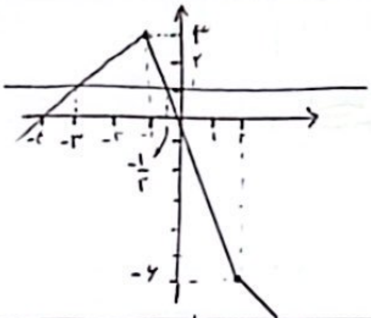


$R_f=[4,+\infty)$

---

(۸)

$\begin{array}{c|c|c} & -1 & 2 \\ x+4 & -3x & -x-4 \\ & (3) & (-6) \end{array}$



$y=1$ $\to x\in(-\infty,-3]\cup[-\frac{1}{3},+\infty)$ جواب

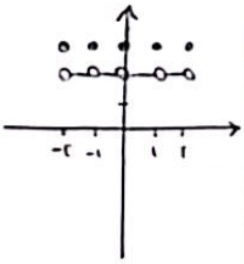
---

(۹)

الف) $y=[x]+[-x]+3$

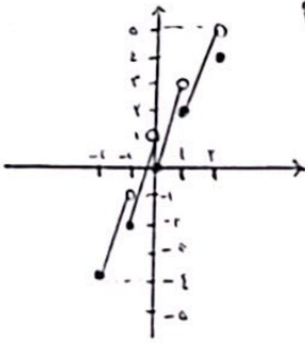
$\begin{cases} x\in\mathbb{Z} \to y=0+3=3 \\ x\notin\mathbb{Z} \to y=-1+3=2 \end{cases}$

$R_f=\{2,3\}$



ب)

$\begin{cases} -2\leq x<-1 \to y=3x+3 \\ -1\leq x<0 \to y=3x+1 \\ 0\leq x<1 \to y=3x \\ 1\leq x<2 \to y=3x-1 \\ x=2 \to y=4 \end{cases}$



$R_f=[-3,5)$

---

(۱۰)

الف)
$\xrightarrow{min}$ $\sin x=-1 \to y=3$ max
$\xrightarrow{max}$ $\sin x=1 \to y=1$ $\quad\to R_f=[\frac{3}{4},3]$
$\xrightarrow{\frac{-b}{2a}}$ $\sin x=\frac{1}{2} \to y=\frac{3}{4}$ min

ب)
$\xrightarrow{min}$ $\sin^2 x=0 \to y=1$ min
$\xrightarrow{max}$ $\sin^2 x=1 \to y=3$ max $\quad\to R_f=[1,3]$
$\xrightarrow{\frac{-b}{2a}}$ $\sin^2 x=-\frac{1}{2}$ ✗