

۲۰. آزمون ضمیمه اول نوشته!

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} \rightarrow x^2 + x + 2 = y(x - 1) \rightarrow x^2 + (1 - y)x + y + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{(y-1) \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(y+2)}}{2} \rightarrow (1-y)^2 - 4(y+2) \geq 0 \rightarrow y^2 - 2y + 1 - 4y - 8 \geq 0 \rightarrow y^2 - 6y - 7 \geq 0$$

$$(y-7)(y+1) \geq 0$$

$$R \in (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$$

ا) $S \left| \frac{-b}{2a} = \frac{\omega}{f} = x_s \rightarrow R_f = \left[\frac{17}{8}, +\infty \right)$

برد تابع با درجه ی فرد، اگر است
 $\sqrt{\quad} \rightarrow [0, +\infty) = R_f$

ب) $S \left| \frac{-b}{2a} = \frac{r}{f} \rightarrow (-\infty, 4] \xrightarrow{\sqrt{\quad}} [0, 2] = R_f$ د) $R_f = \mathbb{R}$

در واقع برد تابع را با استفاده از نقاط max و min بدست می آوریم که اگر max داشت $[-\infty, \omega]$ و اگر min داشت $[0, \omega]$

ا) $R_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{9}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{r}{f} \right\} = R_f$

ب) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{9}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{r}{f} \right\} \xrightarrow{\sqrt{\quad}} [0, +\infty) = \left\{ \frac{r}{f} \right\} = R_f$

در سوال ج د کمترین مقدار a نیست پس بازده نمی تواند به صورت $[r, +\infty)$ باشد

ج) $\frac{x^2 + x + 1}{\sqrt{x^2 + 4}} = \sqrt{x^2 + 4} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}} \xrightarrow{x=0} \sqrt{4} + \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{5}{2} \rightarrow R = \left[\frac{5}{2}, +\infty \right)$

د) $x^2 + 4 + \frac{1}{x^2 + 4} - 4 \xrightarrow{x=0} 4 + \frac{1}{4} - 4 = \frac{1}{4} \rightarrow R_f = \left[\frac{1}{4}, +\infty \right)$

سوال ج د هر دو به صورت $\frac{1}{a} + a$ هستند اگر $a > 0$ باشد $R = [2, +\infty)$ و اگر $a < 0$ باشد $R = (-\infty, -2]$ است البته به شرطی که کمترین مقدار a باشد

روش اصلی: $y = \frac{rx^2 + r}{x^2 - 1} \rightarrow rx^2 + r = y(x^2 - 1) \rightarrow rx^2 + r = yx^2 - y$

$$rx^2 - yx^2 = -y - r \rightarrow x^2(r - y) = -y - r \rightarrow x^2 = \frac{-y - r}{r - y}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{-y - r}{r - y}} \rightarrow \frac{-y - r}{r - y} \geq 0 \rightarrow \frac{-r}{\frac{1}{0} - \frac{1}{0} +}$$

$$\rightarrow R_f = (-\infty, -4] \cup (2, +\infty)$$

بکلیت که اگر: $\min: x^2 = 0 \rightarrow \frac{r(0) + r}{0 - 1} = -r$

$\max: x^2 = +\infty \rightarrow \frac{r(+\infty)}{+\infty} = r$

چون خارج ریشه دارد خارج این دو عدد جواب است!

$$R_f = (-\infty, -4] \cup (2, +\infty)$$

چون انتخاب بازده هم اینگونه است که چون $x^2 \in [0, +\infty)$ به ازای هر x بسته است و به ازای $+\infty$ باز است.

روش اصلی: $y = \frac{r \sin x - 1}{\sin x + r} \rightarrow r \sin x - 1 = y(\sin x + r)$

$$(r - y) \sin x = ry + 1 \rightarrow \sin x = \frac{ry + 1}{r - y}$$

$$-1 \leq \frac{ry + 1}{r - y} \leq 1 \rightarrow -1 \leq \frac{ry + 1}{r - y} \rightarrow \frac{ry + 1}{r - y} \geq -1$$

$$\frac{ry + 1}{r - y} \geq -1 \rightarrow \frac{ry + 1}{r - y} + 1 \geq 0 \rightarrow \frac{ry + 1 + r - y}{r - y} \geq 0$$

$$\frac{ry + 1}{r - y} \leq 1 \rightarrow \frac{ry + 1}{r - y} - 1 \leq 0 \rightarrow \frac{ry + 1 - r + y}{r - y} \leq 0$$

بکلیت که اگر: $\min: \sin x = -1$

$$\frac{r(-1) - 1}{-1 + r} = \frac{-r - 1}{r - 1}$$

$\max: \sin x = 1 \rightarrow \frac{r(1) - 1}{1 + r} = \frac{r - 1}{r + 1}$

چون خارج ریشه دارد بین این دو عدد جواب است!

$$R_f = \left[-\frac{r}{r-1}, \frac{1}{r+1} \right]$$

است چون $\sin x$ به

از ۱ و -۱ داریم و بسته است در این نقاط $\sin x \in [-1, 1]$

$$R_f = \left[-\frac{r}{r-1}, \frac{1}{r+1} \right]$$

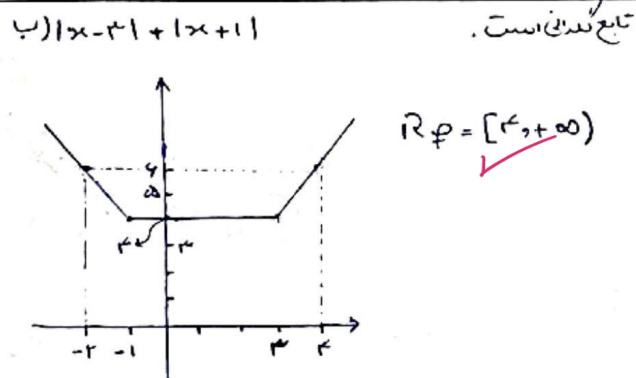
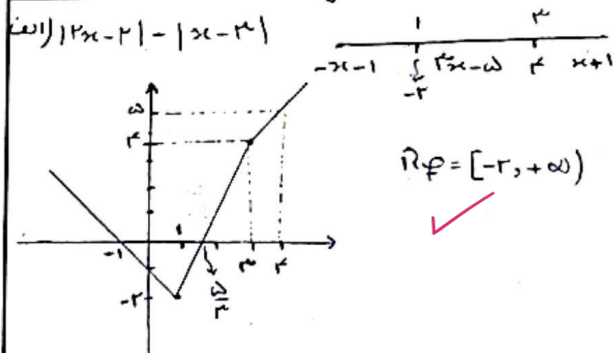
$$R \in (-\infty, -\frac{1}{r-1}] \cup (\frac{r}{r+1}, +\infty)$$

داده: $x^2 - x + 1 \neq 0 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow 1) \varphi = \mathbb{R}$

بر: $y = \frac{x^2 - x + \frac{1}{r}}{x^2 - x + 1} \rightarrow yx^2 - yx + y = x^2 - x + \frac{1}{r} \rightarrow (y-1)x^2 - (y-1)x + y - \frac{1}{r} = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow \frac{(y-1) \pm \sqrt{(y-1)^2 - 4(y-\frac{1}{r})(y-1)}}{2(y-1)} \rightarrow \Delta \geq 0 \rightarrow (y-1)^2 - (4y-1)(y-1) \geq 0$
 $(y-1)(-3y) \geq 0 \rightarrow \frac{0}{1} + \frac{1}{0} = \rightarrow y \in [0, 1]$

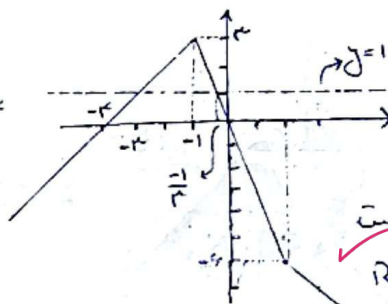
به معنای از روش استفاده می کنیم که ضریب x^2 صفر نباشد و در $\frac{1}{r}$ باشد و پس $y \neq 1$ و $R\varphi = [0, 1)$



$|x-2| - |2x+1| \leq 1$

با رسم مثلثی توان کرده بودیم رابطه درست آورد.

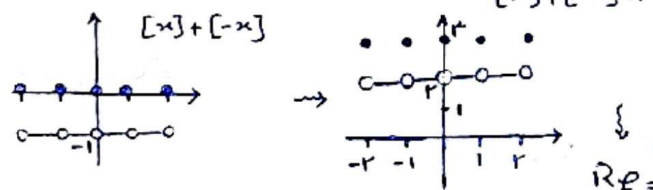
$-x+2+2x+1 \leq x-2-2x-1 = -x-3$
 $= x+3 \rightarrow -x+2-2x-1 = -3x$



طبق شکل همیشه میانی که
 کوچکتر یا مساوی است رابطه درست
 می آوریم: $R\varphi = \mathbb{R} - (-3, \frac{1}{r})$

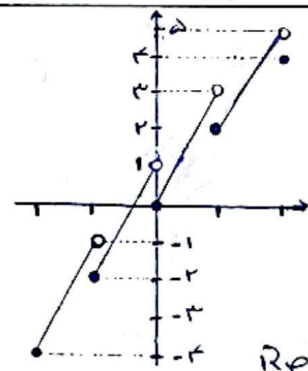
الف) $[x] + [x-1] \rightarrow [x] + [-x] + 1$

ماشک $[x] + [-x]$ را بدیم پس میانی است آن را
 با عدد بیابان صحت دهیم!



ب) $[x] - [x]$

$\begin{cases} x+2 & -1 < x < 0 \\ x+1 & 0 < x < 1 \\ x & 1 < x < 2 \\ x-1 & 2 < x < 3 \\ x & x=2 \end{cases}$



الف) $y = \sin^2 x - \sin x + 1$

min: $\sin x = -1 \rightarrow (-1)^2 - (-1) + 1 = 3$

max: $\sin x = 1 \rightarrow (1)^2 - (1) + 1 = 1$

$\frac{-b}{2a} \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow (\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4}$

$R\varphi = [\frac{3}{4}, 3]$

ب) $\sin^2 x + \sin^2 x + 1$

min: $\sin^2 x = 0 \rightarrow 0 + 0 + 1 = 1$

max: $\sin^2 x = 1 \rightarrow 1^2 + 1^2 + 1 = 3$

$\frac{-b}{2a} \rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2}$ غیر قابل قبول

$\rightarrow R\varphi = [1, 3]$