

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} \rightarrow x^2 + x + 2 = y(x - 1) \rightarrow x^2 + (1 - y)x + y + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{(y-1) \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(y+2)}}{2} \rightarrow (1-y)^2 - 4(y+2) \geq 0 \rightarrow y^2 - 2y + 1 - 4y - 8 \geq 0 \rightarrow y^2 - 6y - 7 \geq 0$$

$$(y-7)(y+1) \geq 0$$

$$R \in (-\infty, -1] \cup [7, +\infty) \leftarrow \frac{-1}{+0} - \frac{7}{+0}$$

۱) برد تابع با درجهی فرد، $\mathbb{R}$ است

۲) $\mathbb{R} \xrightarrow{\sqrt{\quad}} [0, +\infty) = R_f$

۳) $R_f = \mathbb{R}$

۴) $R_f = (-\infty, 4] \xrightarrow{\sqrt{\quad}} [0, 2] = R_f$

در واقع برد تابع $\sqrt{\quad}$ را با استفاده از نقاط $\max$ و $\min$ بدست می آوریم که آن $\max$ و $\min$ بدست $\sqrt{\quad}$ و آن $\min$ بدست $\sqrt{\quad}$ است

۱) $R_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{9}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{9}{2} \right\} = R_f$

۲) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{9}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{9}{2} \right\} \xrightarrow{\sqrt{\quad}} [0, +\infty) - \left\{ \frac{9}{2} \right\} = R_f$

۳) $x^2 + 4 + \frac{1}{x^2 + 4} - 4$

۴) $x = 0 \rightarrow 4 + \frac{1}{4} - 4 = \frac{1}{4} \rightarrow R_f = \left[\frac{1}{4}, +\infty \right)$

سوال ۲ در هر دو به صورت $\frac{1}{2}a + a$ هستند آن a باشد $a \in \mathbb{R}$ باشد $R = (-\infty, -2] + a < 0$ است البته به شرطی که کمترین مقدار a باشد

۱) $y = \frac{rx^2 + r}{x^2 - 1} \rightarrow rx^2 + r = y(x^2 - 1) \rightarrow rx^2 - yx^2 + y + r = 0$

۲) $rx^2 - yx^2 = -y - r \rightarrow x^2(r - y) = -y - r \rightarrow x^2 = \frac{-y - r}{r - y}$

۳) $x = \pm \sqrt{\frac{-y - r}{r - y}} \rightarrow \frac{-y - r}{r - y} \geq 0 \rightarrow \frac{-r}{+0} - \frac{r}{-0} +$

۴) $R_f = (-\infty, -r] \cup (r, +\infty)$

۱) $y = \frac{r \sin x - 1}{\sin x + r} \rightarrow r \sin x - 1 = y(\sin x + r) \rightarrow (r - y) \sin x = ry + 1 \rightarrow \sin x = \frac{ry + 1}{r - y}$

۲) $-1 \leq \frac{ry + 1}{r - y} \leq 1 \rightarrow -1 \leq \frac{ry + 1}{r - y} \rightarrow \frac{ry + 1}{r - y} \geq -1$

۳) $\frac{ry + 1}{r - y} \geq -1 \rightarrow \frac{ry + 1}{r - y} + 1 \geq 0 \rightarrow \frac{ry + 1 + r - y}{r - y} \geq 0 \rightarrow \frac{(r+1)y + r + 1}{r - y} \geq 0$

۴) $\frac{(r+1)y + r + 1}{r - y} \geq 0 \rightarrow \frac{r+1}{-1} + \frac{r}{+0} -$

۵) $\sin x \in [-1, 1]$

۶) $R_f = \left[-\frac{r}{r+1}, \frac{1}{r} \right]$

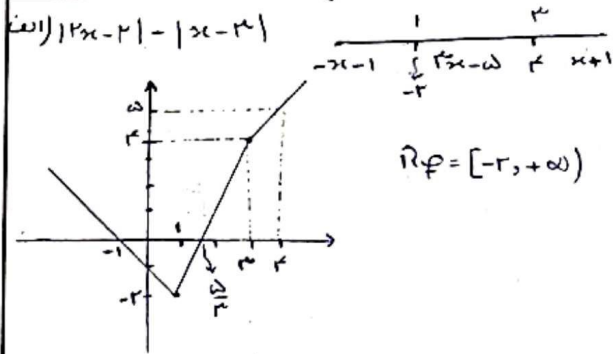
داده: $x^2 - x + 1 \neq 0 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow 1) \varphi = \mathbb{R}$

بر: $y = \frac{x^2 - x + \frac{1}{x}}{x^2 - x + 1} \rightarrow yx^2 - yx + y = x^2 - x + \frac{1}{x} \rightarrow (y-1)x^2 - (y-1)x + y - \frac{1}{x} = 0$

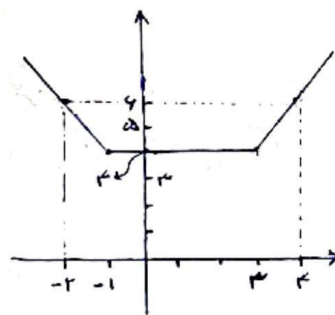
$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow \frac{(y-1) \pm \sqrt{(y-1)^2 - 4(y-\frac{1}{x})(y-1)}}{2(y-1)} \rightarrow \Delta \geq 0 \rightarrow (y-1)^2 - (4y-1)(y-1) \geq 0$
 $(y-1)(-3y) \geq 0 \rightarrow y \in [0, 1]$

به معنای از روش استفاده می کنیم که ضریب x^2 صفر نباشد و در $x=0$ باید $y \neq 1$ و $y \neq 0$

$R\varphi = [0, 1)$



ب) $|x-2| + |x+1|$

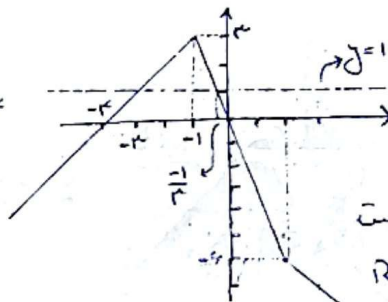


تابع فردی است.

$|x-2| - |2x+1| \leq 1$

با رسم مثلثی توان نموده جواب را به دست آورد.

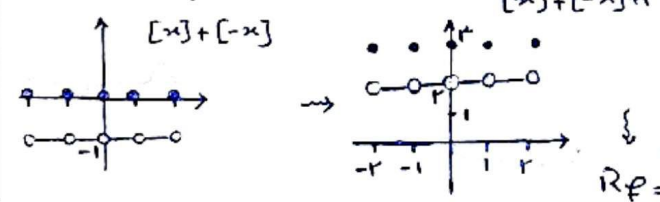
$-x+2+2x+1 \leq 1 \rightarrow x+3 \leq 1 \rightarrow x \leq -2$
 $-x+2-2x-1 \leq 1 \rightarrow -3x+1 \leq 1 \rightarrow -3x \leq 0 \rightarrow x \geq 0$



طبق شکل حست های که
 به دست می آید است و به دست
 می آوریم: $R\varphi = \mathbb{R} - (-2, \frac{1}{3})$

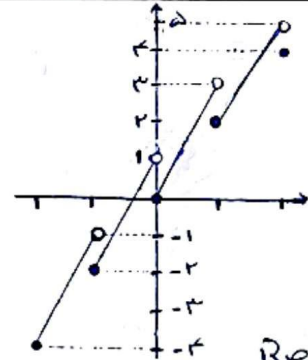
الف) $[x] + [x-1] \rightarrow [x] + [-x] + 1$

ماشک $[x] + [-x]$ را بدیم پس می آید آن را
 با عدد بیابان صحت دهیم!



ب) $[x] - [x]$

$\rightarrow \begin{cases} x+2 & -2 < x < -1 \\ x+1 & -1 < x < 0 \\ x & 0 < x < 1 \\ x-1 & 1 < x < 2 \\ x & x=2 \end{cases}$



الف) $y = \sin^2 x - \sin x + 1$

min: $\sin x = -1 \rightarrow (-1)^2 - (-1) + 1 = 3$

max: $\sin x = 1 \rightarrow (1)^2 - (1) + 1 = 1$

$\frac{-b}{2a} \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow (\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4}$

$R\varphi = [\frac{3}{4}, 3]$

ب) $\sin^2 x + \sin^2 x + 1$

min: $\sin^2 x = 0 \rightarrow 0 + 0 + 1 = 1$

max: $\sin^2 x = 1 \rightarrow 1 + 1 + 1 = 3$

$\frac{-b}{2a} \rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2}$ غیر قابل قبول

$\rightarrow R\varphi = [1, 3]$