دوازدهم دختر B ۲۰ آفرین خیلی مرتب نوشتی! کیمیا امیری‌نیا

① ②

$y=\frac{x^۲+x+۲}{x-۱} \to yx-y=x^۲+x+۲ \to x^۲+x-yx+y+۲=۰$

$\to x^۲+(۱-y)x+y+۲=۰ \to x=\frac{(y-۱)\pm\sqrt{(۱-y)^۲-(۴y+۸)}}{۲}$

$\to (۱-y)^۲-(۴y+۸)\geq ۰ \to y^۲-۶y-۷\geq ۰ \to (y-۲)(y+۱)\geq ۰$

$y\in(-\infty,-۱]\cup[۷,+\infty)$ ✓

---

② ②

الف) $y=۲x^۲-۵x+۱$ ✓ $\frac{-b}{۲a}=\frac{۵}{۴} \xrightarrow{x=\frac{۵}{۴}} y=\cancel{B}\ -\frac{۱۷}{\cancel{۳}۸}$

$y\in[\frac{-۱۷}{۸},+\infty) \leftarrow$ چون ضریب $x^۲$ بزرگتر از ۰ است پس سهمی رو به بالا است

ب) $y=\sqrt{-x^۲+۶x-۵}$ $\frac{-b}{۲a}=۳ \xrightarrow{x=۳} y=۴$

$R=(-\infty,۲]\xleftarrow{\sqrt{}} R'=(-\infty,۴]$ ✓ $\leftarrow$ چون ضریب $x^۲$ منفی است پس سهمی رو به پایین است،

ج) $\sqrt{x^۷-۳x^۲+۴x+۱} \to y=\sqrt{\mathbb{R}} \to R=[۰,+\infty)$ ✓

د) $\log(x^۳-۶x^۲+۷x+۴) \to R=\mathbb{R}$ ✓ طبق شکل تابع لگاریتم

---

③ ③

الف) $y=\frac{۳x+۱}{۲x-۶} \to x=\frac{-(-۶y-۱)}{۲y-۳}=\frac{۶y+۱}{۲y-۳} \to R=\mathbb{R}-\{\frac{۳}{۲}\}$ ✓

ب) $y=\sqrt{\frac{۴x+۱}{x-۲}} \xrightarrow[\text{هموگرافیک ۴}]{\text{مجانب افقی تابع}} \sqrt{\mathbb{R}-\{۴\}} \to R=[۰,+\infty)-\{۲\}$ ✓

ج) $y=\frac{x^۲+۴}{\sqrt{x^۲+۳}}=\frac{x^۲+۳+۱}{\sqrt{x^۲+۳}}=\sqrt{x^۲+۳}+\frac{۱}{\sqrt{x^۲+۳}}$

چون مثبت و برد آن از $\sqrt{۳}$ شروع می‌شه

$\sqrt{۳}+\frac{۱}{\sqrt{۳}}=\frac{۳\sqrt{۳}}{۳}+\frac{\sqrt{۳}}{۳}=\frac{۴\sqrt{۳}}{۳} \to R=[\frac{۴\sqrt{۳}}{۳},+\infty)$ ✓

د) $y=x^۲+\frac{۱}{x^۲+۴}\ (+۴-۴) \to x^۲+۴+\frac{۱}{x^۲+۴}-۴ \to R=[\frac{۱۷}{۴},+\infty)-۴=[\frac{۱}{۴},+\infty)$ ✓

$\xrightarrow{x=۰}=\frac{۱۷}{۴}$

④ ②

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1} \xrightarrow{\text{روش اصلی}} x^2=\frac{-(-y-4)}{y-3} \to x=\sqrt{\frac{y+4}{y-3}}$

$\to R$ ~~[illegible]~~

$\begin{array}{c} -4 \quad\quad 3 \\ \hline + \;\circ\; - \;\circ\; + \end{array} \to R=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$ ✓

روش ۲ :

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$ $\xrightarrow{x^2=0} \frac{4}{-1}=-4$

$\xrightarrow{x^2=+\infty} =3$

$\Big\}\xrightarrow{\text{مخرج ریشه دارد}} (-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$ ✓

---

⑤ ②

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3} \xrightarrow{\text{روش اصلی}} \sin x=\frac{-3y\mp1}{y-2}$

$-1\leq\frac{-3y-1}{y-2}\leq1$

① $\frac{-3y-1}{y-2}\leq1 \to \frac{-3y-1-y+2}{y-2}\leq0 \to \frac{-4y+1}{y-2}\leq0$

② $\frac{-3y-1}{y+2}\geq-1 \to \frac{-3y-1+y-2}{y-2}\geq0 \to \frac{-2y-3}{y-2}\geq0$

①: $\begin{array}{c} \frac{1}{4} \quad\quad 2 \\ \hline + \;\circ\; - \;\circ\; + \end{array}$

②: $\begin{array}{c} \frac{-3}{2} \quad\quad 2 \\ \hline + \;\circ\; - \;\circ\; + \end{array} \to y\in\left[\frac{-3}{2},\frac{1}{4}\right]$ ✓

روش ۲ :

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$ $\xrightarrow{\sin x=-1} = \frac{-3}{2}$

$\xrightarrow{\sin x=1} = \frac{1}{4}$

$\Big\}\xrightarrow{\text{مخرج ریشه ندارد}} \left[\frac{-3}{2},\frac{1}{4}\right]$ ✓

---

⑥ ②

$y=\frac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1}=\frac{(x-\frac{1}{2})^2}{(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}} \xrightarrow[\text{بزرگتر از صورت}]{\text{چون مخرج } \bigcirc} 0\leq\bigcirc<1$ ✓

$R=[0,1)$

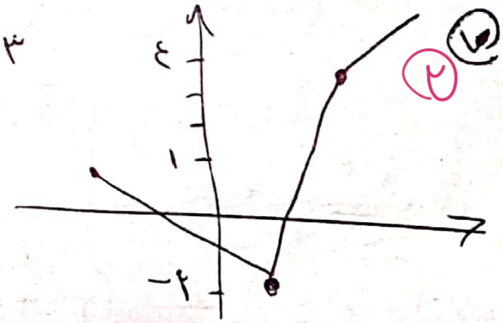
---

⑦ ②

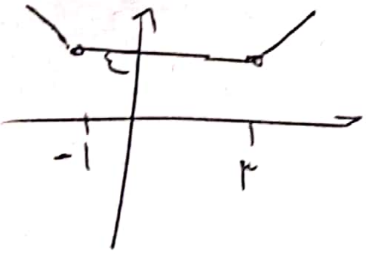
$y=|2x-2|-|x-3|$

$\begin{array}{c|c|c} & 1 \quad\quad\quad\quad 3 & \\ \hline -2x+2+x-3 & 2x-2+x-3 & 2x-2-x+3 \\ -x-1 & 3x+5 & x+1 \end{array}$

$R=[-2,+\infty)$ ✓



ب) $|x-۳|+|x+۱| \xrightarrow{\text{رسم شکل}}$



$R=[۴,+\infty)$ ✓

---

⑧ ②

$|x-۲|-|۲x+۲|\le ۱$

-۱		۲
$-x+۲+۲x+۲\le۱$	$-x+۲-۲x-۲\le۱$	$x-۲-۲x-۲\le۱$
$\boxed{x\le -۳}$ ✓	$\boxed{x\ge \frac{-۱}{۳}}$ ✓	$\boxed{x\ge -۵}$ ✓

$\rightarrow R=(-\infty,-۳]\cup[-\frac{۱}{۳},+\infty)$ ✓

---

⑨ ②

$y=[x]+[۳-x] \rightarrow$ ~~[illegible]~~

$\hookrightarrow [x]+[-x]+۳$

$x\in\mathbb{Z}\rightarrow y=\cancel{۰}\,۳$

$x\notin\mathbb{Z}\quad y=۲$

$\boxed{R=\{۲,۳\}}$ ✓

$y=۳x-[x]$

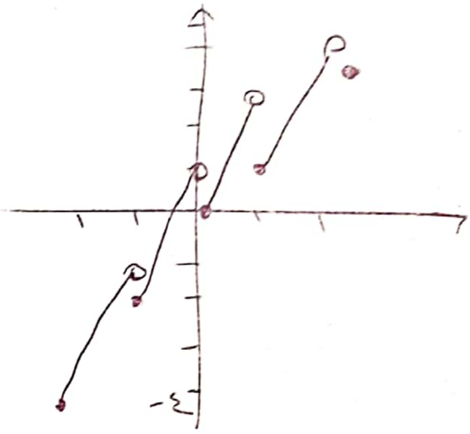
$-۲\le x<-۱ \longrightarrow ۳x+۲$

$-۱\le x<۰ \longrightarrow ۳x+۱$

$۰\le x<۱ \longrightarrow ۳x$

$۱\le x<۲ \longrightarrow ۳x-۱$

$x=۲ \longrightarrow ۴$



✓ $R=[-۴,۵)$

---

⑩ ②

$y=\sin^۲x-\sin x+۱ \xrightarrow{\sin x=۱} =۱$

$\xrightarrow{\sin x=-۱} =۳$

$\frac{-b}{۲a}=\frac{۱}{۲} \longrightarrow =\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۲}+۱=\boxed{\frac{۳}{۴}}$

$R=[\frac{۳}{۴},۳]$ ✓

$y=\sin^۴x+\sin^۲x+۱ \xrightarrow{\sin^۲x=۰} =۱$

$\xrightarrow{\sin^۲x=۱} =۳$

$\sin^۲=\frac{-b}{a}=\frac{-۱}{۲} \longrightarrow \propto$

$R=[۱,۳]$ ✓