کیمیا امیری‌نیا

دوازدهم دختر B

① $y=\dfrac{x^۲+x+۲}{x-۱} \to yx-y=x^۲+x+۲ \to x^۲+x-yx+y+۲=۰$

$\to x^۲+(۱-y)x+y+۲=۰ \to x=\dfrac{(y-۱)\pm\sqrt{(۱-y)^۲-(۴y+۸)}}{۲}$

$\to (۱-y)^۲-(۴y+۸)\geqslant ۰ \to y^۲-۶y-۷\geqslant ۰ \to (y-۲)(y+۱)\geqslant ۰$

$y\in(-\infty,-۱]\cup[۷,+\infty)$

---

② الف) $y=۲x^۲-۵x+۱$ $\quad \dfrac{-b}{۲a}=\dfrac{۵}{۴}\xrightarrow{x=\frac{۵}{۴}} y=\cancel{۶}\ -\dfrac{۱۷}{\cancel{۳}۸}$

$y\in[\frac{-۱۷}{۸},+\infty) \leftarrow$ چون ضریب $x^۲$ بزرگتر از ۰ است پس سهمی رو به بالا است

ب) $y=\sqrt{-x^۲+۶x-۵}$ $\quad \dfrac{-b}{۲a}=۳\xrightarrow{x=۳} y=۴$

$R=(-\infty,۲]\xleftarrow{\sqrt{}} R'=(-\infty,۴] \leftarrow$ چون ضریب $x^۲$ منفی است پس سهمی رو به پایین است،

ج) $\sqrt{x^۷-۳x^۲+۴x+۱} \to y=\sqrt{\mathbb{R}} \to R=[۰,+\infty)$

د) $\log(x^۳-۶x^۲+۷x+۴) \to R=\mathbb{R}$ طبق شکل تابع لگاریتم

---

③ الف) $y=\dfrac{۳x+۱}{۲x-۶} \to x=\dfrac{-(-۶y-۱)}{۲y-۳}=\dfrac{۶y+۱}{۲y-۳} \to R=\mathbb{R}-\{\frac{۳}{۲}\}$

ب) $y=\sqrt{\dfrac{۴x+۱}{x-۲}} \xrightarrow[\text{هموگرافیک ۴}]{\text{مجانب افقی تابع}} \sqrt{\mathbb{R}-\{۴\}} \to R=[۰,+\infty)-\{۲\}$

ج) $y=\dfrac{x^۲+۴}{\sqrt{x^۲+۳}}=\dfrac{x^۲+۳+۱}{\sqrt{x^۲+۳}}=\sqrt{x^۲+۳}+\dfrac{۱}{\sqrt{x^۲+۳}}$

چون مثبت و برد آن از $\sqrt{۳}$ شروع می‌شه

$\sqrt{۳}+\dfrac{۱}{\sqrt{۳}}=\dfrac{۳\sqrt{۳}}{۳}+\dfrac{\sqrt{۳}}{۳}=\dfrac{۴\sqrt{۳}}{۳} \to R=[\frac{۴\sqrt{۳}}{۳},+\infty)$

د) $y=x^۲+\dfrac{۱}{x^۲+۴}\ +۴-۴ \to x^۲+۴+\dfrac{۱}{x^۲+۴}-۴ \to R=[\frac{۱۷}{۴},+\infty)-۴=[\frac{۱}{۴},+\infty)$

$\xrightarrow{x=۰}=\frac{۱۷}{۴}$

④

$$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}\xrightarrow{\text{روش اصلی}}x^2=\frac{-(-y-4)}{y-3}\rightarrow x=\sqrt{\frac{y+4}{y-3}}$$

$\rightarrow R$ ~~[illegible]~~

$$\begin{array}{ccccc} & -4 & & 3 & \\ \hline + & \phi & - & \not\phi & + \end{array}\rightarrow R=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$$

روش ۲:

$$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}\quad \xrightarrow{x^2=0}\frac{4}{-1}=-4,\quad \xrightarrow{x^2=+\infty}=3 \quad \Big\}\xrightarrow{\text{مخرج ریشه دارد}}(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$$

---

⑤

$$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}\xrightarrow{\text{روش اصلی}}\sin x=\frac{-3y-1}{y-2}$$

$$-1\le\frac{-3y-1}{y-2}\le1$$

① $\rightarrow\frac{-3y-1}{y-2}\le1\rightarrow\frac{-3y-1-y+2}{y-2}\le0\rightarrow\frac{-4y+1}{y-2}\ge0$

② $\rightarrow\frac{-3y-1}{y-2}\ge-1\rightarrow\frac{-3y-1+y-2}{y-2}\ge0\rightarrow\frac{-2y-3}{y-2}\ge0$

①: $\begin{array}{ccccc} & \frac{1}{4} & & 2 & \\ \hline + & \phi & - & \not\phi & + \end{array}$

②: $\begin{array}{ccccc} & \frac{-3}{2} & & 2 & \\ \hline + & \phi & - & \not\phi & + \end{array}\rightarrow y\in\left[\frac{-3}{2},\frac{1}{4}\right]$

روش ۲:

$$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}\quad \xrightarrow{\sin x=-1}=\frac{-3}{2},\quad \xrightarrow{\sin x=1}=\frac{1}{4}\quad\Big\}\xrightarrow{\text{مخرج ریشه ندارد}}\left[\frac{-3}{2},\frac{1}{4}\right]$$

---

⑥

$$y=\frac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1}=\frac{(x-\frac{1}{2})^2}{(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}\xrightarrow[\text{بزرگتر از صورت}]{\text{چون مخرج}\ \bigcirc}0\le\bigcirc<1$$

$R=[0,1)$

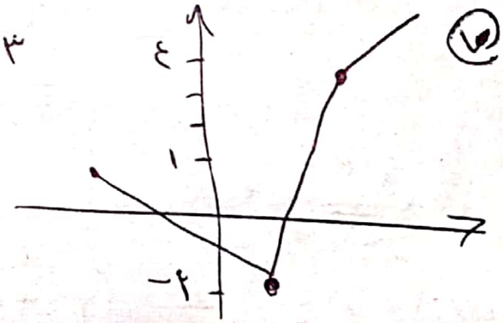
---

⑦

$$y=|2x-2|-|x-3|$$

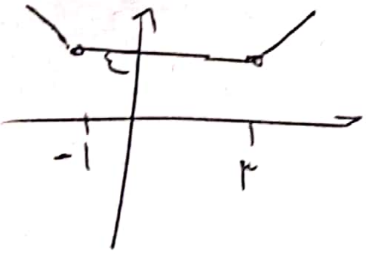
$$\begin{array}{c|c|c} \multicolumn{1}{r}{1} & \multicolumn{1}{r}{3} & \\ \hline -2x+2+x-3 & 2x-2+x-3 & 2x-2-x+3 \\ -x-1 & 3x+5 & x+1 \end{array}$$

$R=[-2,+\infty)$



$|x-۳|+|x+۱|$ (ب ←

$\xrightarrow{\text{رسم شکل}}$



$R=[٤,+\infty)$

$|x-۲|-|۲x+۲|\leq ۱$ ⑧

	-۱		۲	
$-x+۲+۲x+۲\leq۱$		$-x+۲-۲x-۲\leq۱$		$x-۲-۲x-۲\leq۱$
$x\leq-۳$ ✓		$x\geq\frac{-۱}{۳}$ ✓		$x\geq-۵$ ✓

$\rightarrow R=(-\infty,-۳]\cup[-\frac{۱}{۳},+\infty)$

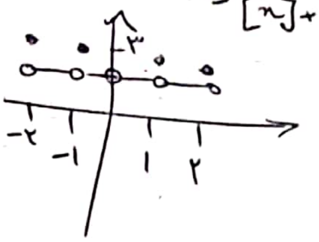
$y=[x]+[۳-x]$ ⑨ $\longrightarrow$ [illegible]

$\hookrightarrow [x]+[-x]+۳$

$x\in\mathbb{Z}\rightarrow y=۳$

$x\notin\mathbb{Z}\ \ y=۲$

$\boxed{R=\{۲,۳\}}$



$y=۳x-[x]$

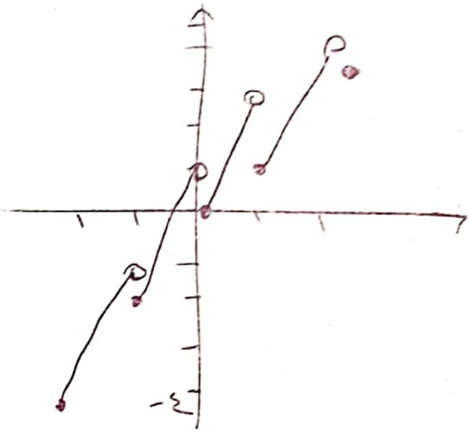
$-۲\leq x<-۱\longrightarrow ۳x+۲$

$-۱\leq x<0\longrightarrow ۳x+۱$

$0\leq x<۱\longrightarrow ۳x$

$۱\leq x<۲\longrightarrow ۳x-۱$

$x=۲\longrightarrow ٤$



$R=[-٤,۵)$

$y=\sin^۲x-\sin x+۱\xrightarrow{\sin x=۱}=۱$ ⑩

$\xrightarrow{\sin x=-۱}=۳$

$\frac{-b}{۲a}=\frac{۱}{۲}\longrightarrow=\frac{۱}{٤}-\frac{۱}{۲}+۱=\boxed{\frac{۳}{٤}}$

$R=[\frac{۳}{٤},۳]$

$y=\sin^٤x+\sin^۲x+۱\xrightarrow{\sin^۲x=0}=۱$

$\xrightarrow{\sin^۲x=۱}=۳$

$R=[۱,۳]$

$\sin^۲=\frac{-b}{a}=\frac{-۱}{۲}\longrightarrow\times$