نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۳..... کلاس .....B.....

۱۸/۷۵

۱ (۲)

$yx - y = x^2 + x + 2$

$x^2 + (1-y)x + y + 2 = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \frac{-(1-y) \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(y+2)}}{2} \rightarrow \Delta \geq 0$

$1 - 2y + y^2 - 4y - 8 \geq 0$

$y^2 - 6y - 7 \geq 0$

$(y-7)(y+1) \geq 0$

	-1	7	
	+	0	-	0	+

$R_f = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$ ✓

۲ (۲)

الف) $x_{min} = \frac{3}{4}$ $y_{min} = \frac{-17}{8}$ $R_f = [\frac{-17}{8}, +\infty)$ ✓

ب) $x_{max} = 3$ $y_{max} = 4$ $R_f = [0, 2]$ ✓

ج) بزرگترین برد → زیر رادیکال → $[0, +\infty)$ ✓

د) $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$ ✓
(توان درجه ۳ (فرد))

۳ (۲)

الف) $R = \mathbb{R} - \{\frac{3}{2}\}$ ✓

ب) $R_f = [0, +\infty) - \{2\}$ ✓

ج) $\frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \rightarrow a + \frac{1}{a}$ $\left[\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty\right) = \left[\frac{4}{\sqrt{3}}, +\infty\right)$ ✓

د) $x^2 + 4 + \frac{1}{x^2+4} - 4 \rightarrow a + \frac{1}{a} - 4 \Rightarrow 4 + \frac{1}{4} \leq a + \frac{1}{a}$ $\frac{1}{4} \leq a + \frac{1}{a} - 4$ $R_f = [\frac{1}{4}, +\infty)$ ✓

۴ (۲)

$yx^2 - y = 3x^2 + 4$

$(y-3)x^2 = 4 + y$

$x^2 = \frac{4+y}{y-3}$

$x = \pm\sqrt{\frac{4+y}{y-3}}$

	-4	3	
	+	0	-	‖	+

$R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

$y = \frac{3x^2+4}{x^2-1}$ $\rightarrow \frac{4}{-1} = -4$

$+\infty \rightarrow 3$

مخرج نمی‌تواند صفر شود

$\rightarrow (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$ ✓

۵ (۲)

$y\sin m + 2y = 2\sin m - 1$

$(y-2)\sin m = -1 - 2y$

$\sin m = \frac{-1-2y}{y-2} = \frac{2y+1}{2-y}$

$-1 \leq \frac{2y+1}{2-y} \leq 1 \rightarrow \frac{2y+1}{2-y} \leq 1$

$-1 \leq \frac{2y+1}{2-y}$

$-\frac{3}{2} \leq y$

$y \leq \frac{1}{4}$

$[-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

تذکر ۲: $-1 \rightarrow -\frac{3}{2}$

$1 \rightarrow \frac{1}{4}$

مخرج نمی‌تواند صفر شود

$[-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$ ✓

۶ — ۲

$y = \frac{(x-\frac{1}{2})^2}{x^2-x+1}$

$yx^2 - yx + y = x^2 - x + \frac{1}{4} \to (y-1)x^2 - (y-1)x + y - \frac{1}{4} = 0$

$D_f = \mathbb{R}$ — $\Delta<0$ مخرج بدون ریشه

$(y-1)^2 - 4(y-\frac{1}{4})(y-1) \geq 0$

$(y-1)(-3y) \geq 0$

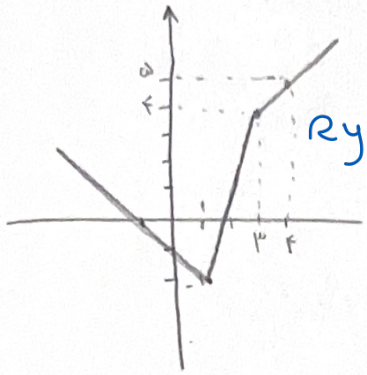
	0		1	
−	∘	+	∘	−

$0 \leq y \leq 1$

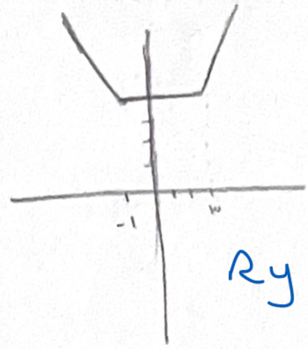
$R_y = [0,1)$ ✓

ضریب x^2 در روش Δ نباید ۰ باشد پس ۱ در برد نیست.

۷ — ۱/۵



$R_y = [-2, +\infty)$



$R_y = [4, +\infty)$

رسم های توی مطلق ها یکی کمتر و بیشتر را دادام.

۸ — ۲

$x<-1$	$-1 \le x < 2$	$x \ge 2$
$-x+2+2x+2 \leq 1$	$-x+1-2x-1 \leq 1$	$x-2-2x-2 \leq 1$
$x \leq -3$	$-1 \leq 3x$	$-x-4 \leq 1$
	$-\frac{1}{3} \leq x$	$-5 \leq x$
$x \leq -3$	$-\frac{1}{3} \leq x < 2$	$2 \leq x$

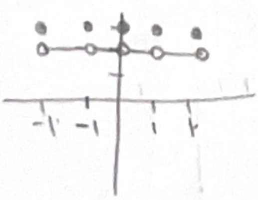
$R_f: (-\infty, -3] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$ ✓

۹ — ۱/۵

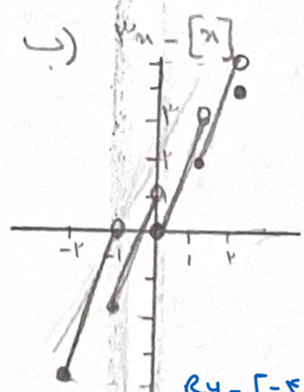
$y = [x] + 3 + [-x] = [x] + [-x] + 3$

$x \in \mathbb{Z} \to 0 + 3 = 3$ — $R_y = \{3, 2\}$

$x \notin \mathbb{Z} \to -1 + 3 = 2$



ب) $3x - [x]$



$3x+2$	$-2 \leq x < -1$
$3x+1$	$-1 \leq x < 0$
$3x$	$0 \leq x < 1$
$3x-1$	$1 \leq x < 2$
$3x-2$	$x=2$

$R_y = [-4, 5)$

۱۰ — ۱/۷۵

الف) $1 \to 1$ ، $-1 \to 1+1+1=3$

$\frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} \to \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{4}{4} = \frac{7}{4}$

~~[,3]~~ $[\frac{3}{4}, 3]$

دقت کن! $\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4}$

ب) $\sin^2 x = t$

$t^2 + t + 1$: $0 \to 1$ ، $1 \to 3$

$\frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2} \to \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + 1 = \frac{21}{16}$

$[1, 3]$ ✓