نام و نام خانوادگی ....سارا عبدالهی........ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۳.... کلاس ......B..........................

۱

$yx - y = x^۲ + x + ۲$

$x^۲ + (۱-y)x + y + ۲ = ۰$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a}$

$x = \frac{-(۱-y) \pm \sqrt{(۱-y)^۲ - ۴(y+۲)}}{۲} \longrightarrow \Delta \geqslant ۰$

$۱ - ۲y + y^۲ - ۴y - ۸ \geqslant ۰$

$y^۲ - ۶y - ۷ \geqslant ۰$

$(y-۷)(y+۱) \geqslant ۰$

$$\begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۷ & \\ \hline + & \circ & - & \circ & + \end{array}$$

$R_f = (-\infty , -۱] \cup [۷, +\infty)$

۲

الف) $X_{min} = \frac{۵}{۴}$ $\quad Y_{min} = \frac{-۱۷}{۸}$ $\quad R_f = [\frac{-۱۷}{۸}, +\infty)$

ب) $X_{max} = ۳$ $\quad Y_{max} = ۴$ $\quad R_f = [۰, ۲]$

ج) بزرگترین توان زوج $\rightarrow$ زیر رادیکال $\rightarrow [۰, +\infty)$

د) $\mathbb{R} = (-\infty , +\infty)$
(توان درجه ۳ (فرد)

۳

الف) $R = \mathbb{R} - \{\frac{۳}{۲}\}$

ب) $R_f = [۰, +\infty) - \{۲\}$

ج) $\frac{x^۲ + ۳ + ۱}{\sqrt{x^۲+۳}} = \frac{x^۲+۳}{\sqrt{x^۲+۳}} + \frac{۱}{\sqrt{x^۲+۳}} = \sqrt{x^۲+۳} + \frac{۱}{\sqrt{x^۲+۳}} \rightarrow a + \frac{۱}{a}$ $\quad [\sqrt{۳} + \frac{۱}{\sqrt{۳}}, +\infty) = [\frac{۴}{\sqrt{۳}}, +\infty)$

د) $x^۲ + ۴ + \frac{۱}{x^۲+۴} - ۴ \longrightarrow a + \frac{۱}{a} - ۴ \Longrightarrow ۴ + \frac{۱}{۴} \leqslant a + \frac{۱}{a}$ $\quad \frac{۱}{۴} \leqslant a + \frac{۱}{a} - ۴$ $\quad R_f = [\frac{۱}{۴}, +\infty)$

۴

$yx^۲ - y = ۳x^۲ + ۴$

$(y-۳)x^۲ = ۴ + y$

$x^۲ = \frac{۴+y}{y-۳}$

$x = \pm\sqrt{\frac{۴+y}{y-۳}}$

$$\begin{array}{ccccc} & -۴ & & ۳ & \\ \hline + & \circ & - & \circ & + \end{array}$$

$R_f = (-\infty, -۴] \cup (۳, +\infty)$

$y = \frac{۳x^۲+۴}{x^۲-۱} \xrightarrow{۰} \frac{۴}{-۱} = -۴$

$\xrightarrow{+\infty} ۳$

مخرج ۰ می‌تواند

$\longrightarrow (-\infty, -۴] \cup (۳, +\infty)$

۵

$y\sin x + ۳y = ۲\sin x - ۱$

$(y-۲)\sin x = -۱ - ۳y$

$\sin x = \frac{-۱-۳y}{y-۲} = \frac{۳y+۱}{۲-y}$

$-۱ \leqslant \frac{۳y+۱}{۲-y} \leqslant ۱ \rightarrow \frac{۳y+۱}{۲-y} \leqslant ۱$

$y \leqslant \frac{۱}{۴}$

$-۱ \leqslant \frac{۳y+۱}{۲-y}$

$-\frac{۳}{۲} \leqslant y$ $\quad [-\frac{۳}{۲}, \frac{۱}{۴}]$

تذکر ۲ : $\xrightarrow{-۱} -\frac{۳}{۲}$

$\xrightarrow{۱} \frac{۱}{۴}$

مخرج نمی‌تواند صفر شود

$[-\frac{۳}{۲}, \frac{۱}{۴}]$

۶

$y = \dfrac{(x-\frac{۱}{۲})^۲}{x^۲-x+۱}$

$yx^۲ - yx + y = x^۲ - x + \frac{۱}{۴} \rightarrow (y-۱)x^۲ - (y-۱)x + y - \frac{۱}{۴} = ۰$

$(y-۱)^۲ - ۴(y-\frac{۱}{۴})(y-۱) \geqslant ۰$

$(y-۱)(-۳y) \geqslant ۰$

$D_f = \mathbb{R}$

$\Delta < ۰$: مخرج بدون ریشه

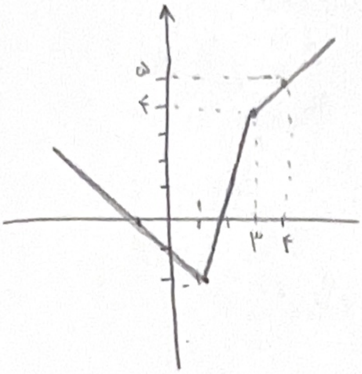
	۰		۱	
−	۰	+	۰	−

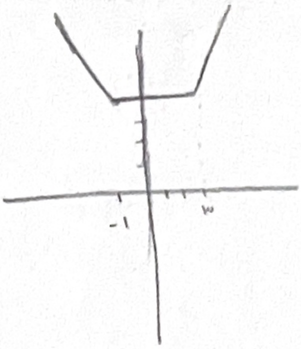
$۰ \leqslant y \leqslant ۱$

$R_y = [۰, ۱)$

ضریب $x^۲$ در روش Δ نباید ۰ باشد پس ۱ در برد نیست.

۷





ریشه های قدر مطلق ها یکی عقب و بیشتر را دادم.

۸

$x < -۱$	$-۱ \leqslant x < ۲$	$x \geqslant ۲$
$-x+۲+۲x+۲ \leqslant ۱$	$-x+\cancel{۲}-۲x-\cancel{۲} \leqslant ۱$	$x-۲-۲x-۲ \leqslant ۱$
$x \leqslant -۳$	$-۱ \leqslant ۳x$	$-x-۴ \leqslant ۱$
	$-\frac{۱}{۳} \leqslant x$	$-۵ \leqslant x$
$x \leqslant -۳$	$-\frac{۱}{۳} \leqslant x < ۲$	$۲ \leqslant x$

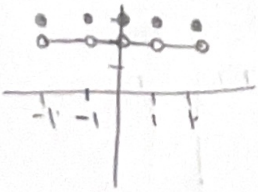
$R_f : (-\infty, -۳] \cup [-\frac{۱}{۳}, +\infty)$

۹

$y = [x] + ۳ + [-x] = [x] + [-x] + ۳$

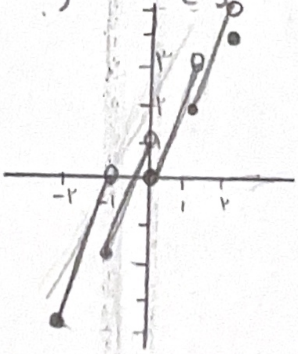
$x \in \mathbb{Z} \rightarrow ۰ + ۳ = ۳$

$x \notin \mathbb{Z} \rightarrow -۱ + ۳ = ۲$



ب) $۳x - [x]$

-۹ -۳+۱



$۳x+۲ \quad -۲ \leqslant x < -۱$

$۳x+۱ \quad -۱ \leqslant x < ۰$

$۲x \quad ۰ \leqslant x < ۱$

$۳x-۱ \quad ۱ \leqslant x < ۲$

$۳x-۲ \quad x=۲$

۱۰

الف) $\xrightarrow{۱} ۱$

$\xrightarrow{-۱} ۱+۱+۱=۳$

$\frac{-b}{۲a} = \frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{۱}{۴}+\frac{۲}{۴}+\frac{۴}{۴} = \frac{۷}{۴}$

$[۱, ۳]$

ب) $\sin^۲ = t$

$t^۲+t+۱ \xrightarrow{۰} ۱$

$\xrightarrow{۱} ۳$

$\frac{-b}{۲a} = \frac{-۱}{۲} \rightarrow \frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۴}+۱ = \frac{۲۱}{۱۶}$

$[۱, ۳]$