

۱۹/۲۵ آفین

$$xy - y = x^2 + x + y \Rightarrow x^2 + x - xy + y + y = 0 \quad \Delta = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{a} \Delta \geq 0$$

$$(1-y)^2 - 4(y+y) \geq 0 \Rightarrow 1 + y^2 - 2y - 4y - 1 \geq 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 6y - 1 \geq 0 \Rightarrow (y-7)(y+1) \geq 0 \quad \frac{-1 \quad 7}{+ \quad - \quad - \quad +}$$

$$R_f = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty) \quad \checkmark$$

۲
۱

الف) Δ را x : $\frac{\Delta}{x}$ $y = x \times \frac{2\Delta}{14} - \Delta \times \frac{\Delta}{x} + 1 = \frac{2\Delta}{14} - \frac{2\Delta \times x}{x \times 14} + \frac{1}{14}$

$$\Rightarrow \frac{-14}{14} \quad a > 0 \Rightarrow \text{دارد min} \Rightarrow \left[\frac{-14}{14}, +\infty \right) \quad \checkmark$$

۲
۲

ب) $a < 0 \Rightarrow \text{دارد max}$ $x = 7$ $y = -9 + 18 - \Delta = 9$

$$\Rightarrow (-\infty, 9] \Rightarrow \text{اعمال رادیکال} \sqrt{(-\infty, 9]} \Rightarrow R_f = [0, 9] \quad \checkmark$$

الف) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{10}{x} \right\} = R_f \quad \checkmark$

ب) $\frac{Kx+1}{x-2} \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{K\} \Rightarrow \sqrt{\frac{Kx+1}{x-2}} \Rightarrow R_f = [0, +\infty) - \{K\}$ $\sqrt{K} = 2$

ج) $\frac{x^2+4x+1}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \Rightarrow \sqrt{x^2+3} \neq 1 \quad \frac{x=0}{\min} \Rightarrow \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{K}{\sqrt{3}} = \frac{K\sqrt{3}}{3}$

د) $x^2 + K + \frac{1}{x^2+K} = K \Rightarrow x^2 + K \neq 1 \quad \frac{x=0}{\min} \Rightarrow K + \frac{1}{K} - K = 0 \Rightarrow R_f = \left[\frac{1}{K}, +\infty \right)$

۳
۱, ۷, ۵

الف) $y = x^2 - y = 3x^2 + K \Rightarrow 3x^2 - yx^2 + y + K = 0 \quad \Delta = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \Delta \geq 0$

$$\Rightarrow \Delta - 4(3-y)(y+K) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -K \\ y = 3 \end{cases}$$

$$R_f = (-\infty, -K] \cup [3, +\infty)$$

۲
۴

تذکره: $-\infty < x^2 < +\infty \quad \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=-K \\ x=+\infty \Rightarrow y=3 \end{cases}$

$$R_f = (-\infty, -K] \cup [3, +\infty)$$

الف) $\frac{y \sin x - 1}{\sin x + 3} = y \Rightarrow \sin x = -\frac{y+1}{y-3} \Rightarrow -1 \leq \frac{y+1}{y-3} \leq 1$

$$\Rightarrow I: -1 \leq \frac{y+1}{y-3} \Rightarrow -3 \leq y \Rightarrow \frac{-3}{y} \leq y \quad II: \frac{y+1}{y-3} \leq 1 \Rightarrow y \leq \frac{1}{K}$$

ب) $\frac{y \sin x - 1}{\sin x + 3} \quad \begin{cases} \sin = -1 \Rightarrow y = \frac{-3}{K} \\ \sin = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{K} \end{cases} \Rightarrow \left[-\frac{3}{K}, \frac{1}{K} \right]$

$\sin x + 3 \neq 0$

۲
۵

سوال ۲ قسمت ج د: $\sqrt{R} \Rightarrow \text{اعمال رادیکال} \Rightarrow \text{بردش } \mathbb{R} \Rightarrow \text{تابع درجه فرد} \quad \checkmark$

د) $\text{تابع درجه فرد} \Rightarrow \text{برد} = \mathbb{R} \quad \checkmark$

$$D_f: m^2 - x + 1 \neq 0 \Rightarrow \frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \Delta < 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f: \frac{x^2 - m + \frac{1}{x}}{m^2 - m + \frac{1}{x} + \frac{x}{x}} \Rightarrow \frac{(x - \frac{1}{x})^2}{(x - \frac{1}{x})^2 + \frac{x}{x}}$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{(x - \frac{1}{x})^2}{(x - \frac{1}{x})^2 + \frac{x}{x}} < 1 \Rightarrow R_f = [0, 1)$$

مردت همواره از خروجی کوچکتر

خرج هیکل صفری شود اما صورت به ازای $x = \frac{1}{x}$ صفری شود

۲

۶

الف) $y = x^2 - x + 1$
 $y = -m - 1$
 $R_f = (-\infty, +\infty)$

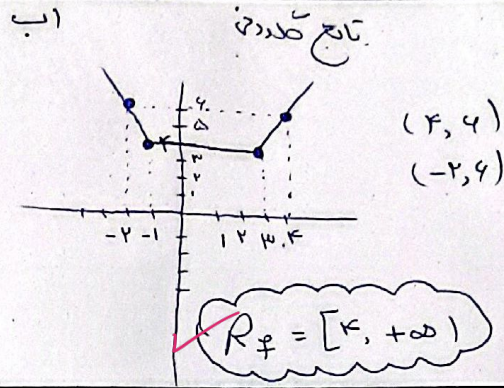
$y = x^2 - x + 1$
 $y = m - 1$
 $R_f = (-\infty, +\infty)$

$y = x^2 - x + 1$
 $y = m + 1$
 $R_f = (-\infty, +\infty)$

$y = -x$
 $R_f = [-1, +\infty)$

$y = x$
 $R_f = [1, +\infty)$

(x, y)
 $(1, -1)$
 $(0, -1)$



۲

۷

الف) $y = x^2 - x + 1$
 $y = -m - 1$
 $R_f = (-\infty, +\infty)$

$y = x^2 - x + 1$
 $y = m - 1$
 $R_f = (-\infty, +\infty)$

$y = x^2 - x + 1$
 $y = m + 1$
 $R_f = (-\infty, +\infty)$

$y = -x$
 $R_f = [-1, +\infty)$

$y = x$
 $R_f = [1, +\infty)$

(x, y)
 $(1, -1)$
 $(0, -1)$

$$R_f =$$

$$\Rightarrow (-\infty, -3] \cup$$

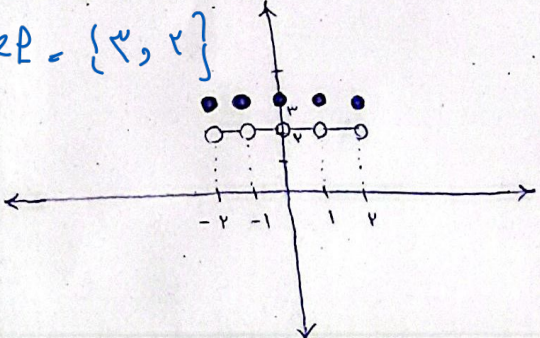
$$[-1, +\infty)$$

۲

۸

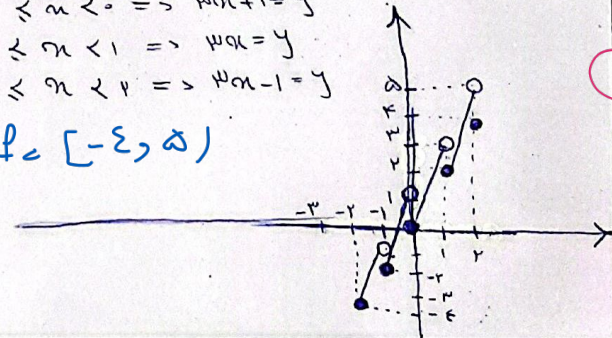
الف) $[x] + [y - x] = [x] + [-x] + y$

$$R_f = \{x, y\}$$



ب) $-1 \leq x < 0 \Rightarrow y = x + 1$
 $-1 \leq x < 0 \Rightarrow y = x + 1$
 $0 \leq x < 1 \Rightarrow y = x$
 $1 \leq x < 2 \Rightarrow y = x - 1$

$$R_f = [-2, +\infty)$$



۲۵

۹

الف) $\sin^2 x - \sin x + 1 = y$
 $\max \rightarrow y = 1$ ($\sin = 1$)
 $\min \rightarrow y = \frac{3}{4}$ ($\sin = -1$)
 $\Rightarrow [\frac{3}{4}, 1] = R_f$

ب) $y = \sin^2 x + \sin x + 1$
 $\max \rightarrow y = 3$ ($\sin = 1$)
 $\min \rightarrow y = 1$ ($\sin = 0$)
 $\Rightarrow [1, 3] = R_f$

۲

۱۰