نام و نام خانوادگی ....پردیس صباغی.... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۳... کلاس .دوازدهم دختر B....

۱

$xy - y = x^۲ + x + ۲ \Rightarrow x^۲ + x - xy + ۲ + y = ۰ \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲} \qquad \Delta \geq ۰$

$(۱-y)^۲ - ۴(۲+y) \geq ۰ \Rightarrow ۱ + y^۲ - ۲y - ۴y - ۸ \geq ۰$

$\Rightarrow y^۲ - ۶y - ۷ \geq ۰ \Rightarrow (y-۷)(y+۱) \geq ۰ \qquad \frac{-۱ \quad ۷}{+ \mid - \mid +}$

$R_f = (-\infty, -۱] \cup [۷, +\infty)$

۲

الف) x راس : $\frac{۵}{۴}$ $\qquad y$ راس $= ۲ \times \frac{۲۵}{۱۶} - ۵ \times \frac{۵}{۴} + ۱ = \frac{۲۵}{۸} - \frac{۲۵ \times ۲}{۴ \times ۲} + \frac{۸}{۸}$

$\Rightarrow \frac{-۱۷}{۸}$ $\quad a > ۰ \Rightarrow$ سهمی min دارد $\Rightarrow [\frac{-۱۷}{۸}, +\infty)$

ب) $a < ۰ \Rightarrow$ سهمی max دارد . x راس $= ۳$ $\qquad y$ راس $= -۹ + ۱۸ - ۵ = ۴$

$\Rightarrow (-\infty, ۴] \Rightarrow$ اعمال رادیکال $\Rightarrow \sqrt{(-\infty, ۴]} \Rightarrow R_f = [۰, ۲]$

۳

الف) $\mathbb{R} - \{\frac{۳}{۲}\} = R_f$

ب) $\frac{۴x+۱}{x-۲} \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{۴\} \Rightarrow \sqrt{\frac{۴x+۱}{x-۲}} \Rightarrow R_f = [۰, +\infty) - \{۴\}$

ج) $\frac{x^۲+۳+۱}{\sqrt{x^۲+۳}} = \sqrt{x^۲+۳} + \frac{۱}{\sqrt{x^۲+۳}} \Rightarrow \sqrt{x^۲+۳} \neq ۱ \xRightarrow[min]{x=۰} \sqrt{۳} + \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{۴}{\sqrt{۳}} = \frac{۴\sqrt{۳}}{۳} \rightarrow R_f = [\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}, +\infty)$

د) $x^۲ + ۴ + \frac{۱}{x^۲+۴} - ۴ \Rightarrow x^۲+۴ \neq ۱ \xRightarrow[min]{x=۰} ۴ + \frac{۱}{۴} - ۴ \Rightarrow R_f = [\frac{۱}{۴}, +\infty)$

۴

روش اصلی . $yx^۲ - y = ۳x^۲ + ۴ \Rightarrow ۳x^۲ - yx^۲ + y + ۴ = ۰ \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} \Rightarrow \Delta \geq ۰$

$\Rightarrow \cancel{b}^{۰} - ۴(۳-y)(y+۴) \geq ۰ \Rightarrow \begin{cases} y = -۴ \\ y = ۳ \end{cases} \qquad \frac{-۴ \quad ۳}{+ \mid - \mid +}$

$R_f = (-\infty, -۴] \cup [۳, +\infty)$

ترکی ۲ : $۰ \leq x^۲ < +\infty \begin{cases} x = ۰ \Rightarrow y = -۴ \\ x = +\infty \Rightarrow y = ۳ \end{cases} \qquad x^۲ - ۱ = ۰ \Rightarrow x = \pm ۱$

$R_f = (-\infty, -۴] \cup [۳, +\infty)$

۵

روش اصلی : $\frac{۲\sin x - ۱}{\sin x + ۳} = y \Rightarrow \sin x = -\frac{۳y+۱}{y-۲} \Rightarrow -۱ \leq \frac{۳y+۱}{۲-y} \leq ۱$

$\Rightarrow I: -۱ \leq \frac{۳y+۱}{۲-y} \Rightarrow -۳ \leq ۲y \Rightarrow \frac{-۳}{۲} \leq y \; \{ \; II: \frac{۳y+۱}{۲-y} \leq ۱ \Rightarrow ۴y \leq ۱ \Rightarrow y \leq \frac{۱}{۴}$

به روش ترکی : $\frac{۲\sin x - ۱}{\sin x + ۳} \begin{cases} \sin = -۱ \Rightarrow y = \frac{-۳}{۲} \\ \sin = ۱ \Rightarrow y = \frac{۱}{۴} \end{cases} \Rightarrow [-\frac{۳}{۲}, \frac{۱}{۴}]$

$\sin x + ۳ \neq ۰$

سوال ۲ قسمت ج و د : ج) تابع درجه فرد $\Rightarrow$ بردش $\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ اعمال رادیکال : $\sqrt{\mathbb{R}} \Rightarrow [۰, +\infty)$

د) تابع درجه فرد $\Rightarrow$ برد $= \mathbb{R}$

۶

$D_f : x^۲ - x + ۱ \neq ۰ \Rightarrow \frac{۱ \pm \sqrt{۱-۴}}{۲} \Rightarrow \Delta < ۰ \Rightarrow D_f = R$

ریشه ندارد

$R_f : \frac{x^۲ - x + \frac{۱}{۴}}{x^۲ - x + \frac{۱}{۴} + \frac{۳}{۴}} \Rightarrow \frac{(x-\frac{۱}{۲})^۲}{(x-\frac{۱}{۲})^۲ + \frac{۳}{۴}}$

صورت همواره از مخرج کوچکتره ، مخرج هیچگاه صفر نمی‌شود اما صورت به ازای $x=\frac{۱}{۲}$ صفر می‌شود

$\Rightarrow ۰ \leq \frac{(x-\frac{۱}{۲})^۲}{(x-\frac{۱}{۲})^۲ + \frac{۳}{۴}} < ۱ \Rightarrow R_f = [۰, ۱)$

۷

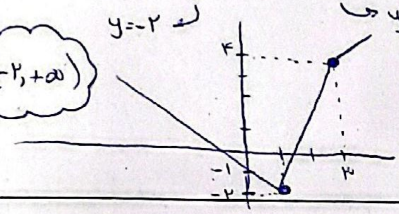
الف)

۱	۳	
$y = ۲ - ۲x + x - ۳$	$۲x - ۲ + x - ۳$	$۲x - ۲ - x + ۳ = y$
$y = -x - ۱$	$y = ۳x - ۵$	$y = x + ۱$
$R_f = (-۲, +\infty)$	$R_f = (-۲, ۴)$	$R_f = (۴, +\infty)$

$y = -۲$

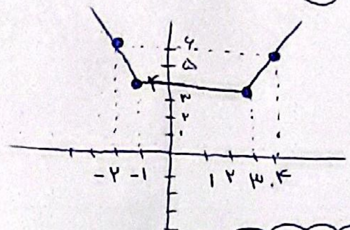
$y = ۴$

$R_f = [-۲, +\infty)$



$(۳, ۴)$
$(۱, -۲)$
$(۰, -۱)$

ب) تابع قدر مطلقی



$(۴, ۶)$
$(-۲, ۶)$

$R_f = [۴, +\infty)$

۸

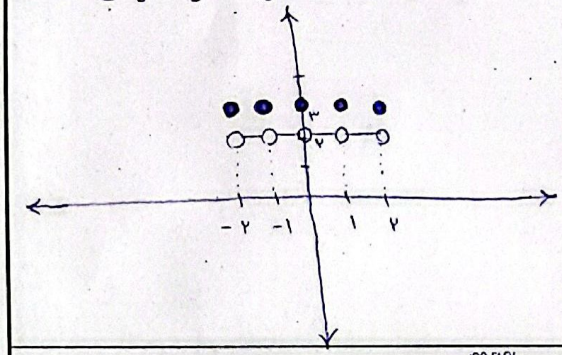
-۱	۲	
$۲ - x + ۲x + ۲ \leq ۱$	$۲ - x - ۲x - ۲ \leq ۱$	$x - ۲ - ۲x - ۲ \leq ۱$
$x + ۴ \leq ۱$	$-۳x \leq ۱$	$-x \leq ۵$
$x \leq -۳$	$x \geq \frac{-۱}{۳}$	$x \geq -۵$
$-\infty < x \leq -۳$	$\frac{-۱}{۳} \leq x < ۲$	$۲ \leq x < +\infty$

$R_f =$

$\Rightarrow (-\infty, -۳] \cup [\frac{-۱}{۳}, +\infty)$

۹

الف) $[x] + [۳ - x] = [x] + [-x] + ۳$



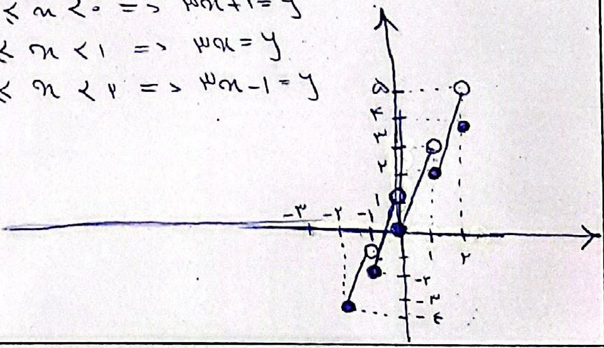
ب) $-۲ \leq x < -۱ \Rightarrow ۳x + ۲ = y$

$-۱ \leq x < ۰ \Rightarrow ۳x + ۱ = y$

$۰ \leq x < ۱ \Rightarrow ۳x = y$

$۱ \leq x < ۲ \Rightarrow ۳x - ۱ = y$

$x = ۲ \Rightarrow y = ۴$



۱۰

الف) $\sin^۲ x - \sin x + ۱ = y \begin{cases} \xrightarrow{max} y = ۱ & (\sin = ۱) \\ \xrightarrow{min} y = ۳ & (\sin = -۱) \\ \xrightarrow{-\frac{b}{۲a}} \frac{۱}{۲} \Rightarrow y = \frac{۳}{۴} \end{cases} \Rightarrow [\frac{۳}{۴}, ۳] = R_f$

ب) $y = \sin^۴ x + \sin^۲ x + ۱ \begin{cases} \xrightarrow{max} y = ۳ & (\sin = ۱) \\ \xrightarrow{min} y = ۱ & (\sin = ۰) \\ \xrightarrow{-\frac{b}{۲a}} -\frac{۱}{۲} & \text{غ ق ق} \end{cases} \Rightarrow [۱, ۳] = R_f$