پارمیس زنگی

سؤال ① ②

$y = \frac{x^۲+x+۲}{x-۱} \Rightarrow yx-y=x^۲+x+۲ \Rightarrow x^۲+x+۲-yx+y=۰ \Rightarrow$

$x^۲+x(۱-y)+(y+۲)=۰ \Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a} \Rightarrow x=\frac{-(y-y)\pm\sqrt{(y-y)^۲-۴(y+۲)}}{۲}$

$\rightarrow \Delta\geqslant۰ \rightarrow (۱-y)^۲-۴(y+۲)\geqslant۰ \Rightarrow ۱+y^۲-۲y-۴y-۸\geqslant۰ \Rightarrow y^۲-۶y-۷\geqslant۰$

$(y+۱)(y-۷)\geqslant۰$

	-۱		۷	
+		−		+

$\boxed{R_f=(-\infty,-۱]\cup[۷,+\infty)}$ ✓

سؤال ② ②

الف) $y=۲x^۲-۵x+۱$ رأس $x=-\frac{b}{۲a} \Rightarrow x_{min}=\frac{۵}{۴}$ $y_{min}=-\frac{۱۷}{۸}$

$\Rightarrow \boxed{R_f=[-\frac{۱۷}{۸},+\infty)}$ ✓

ب) $y=\sqrt{-x^۲+۶x-۵} \xrightarrow{a<۰} \begin{cases} x_{max}=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۶}{-۲}=۳ \\ y_{max}=۴ \end{cases} \Rightarrow \boxed{R_f=\sqrt{(-\infty,۴]}=[۰,۲]}$ ✓

ج) $y=\sqrt{x^۷-۳x^۲+۴x+۱}$ برد تمام توابع چند جمله ای مرتبه فرد برابر $\underline{R}$ است که در اینجا زیر رادیکال با درجه زوج

است $\Leftarrow$ $\boxed{R_f=[۰,+\infty)}$ ✓

د) $\log(x^۳-۶x^۲+۷x+۴) \longrightarrow \boxed{R_f=(-\infty,+\infty)}$

سؤال ③ ②

الف) $y=\frac{۳x+۱}{۲x-۶} \Rightarrow$ تابع هموگرافیک $\Rightarrow R-\{\frac{a}{c}\} \Rightarrow \boxed{R_f=R-\{\frac{۳}{۲}\}}$ ✓

شرط هموگرافیک $ad\neq bc$ $c\neq۰$ $y=\frac{ax+b}{cx+d}$

ب) $y=\sqrt{\frac{۴x+۱}{x-۲}} \Rightarrow \boxed{R_f=[۰,+\infty)-\{۲\}}$ ✓

ابتدا تابع هموگرافیک را برد‌ش را حساب کرده

و سپس زیر رادیکال می بریم

$R-\{\frac{a}{c}\} \Rightarrow \sqrt{R-\{۴\}} \Rightarrow [۰,+\infty)-\{۲\}$

ج) $y=\frac{x^۲+۴}{\sqrt{x^۲+۳}}=\frac{x^۲+۳+۱}{\sqrt{x^۲+۳}}=\frac{x^۲+۳}{\sqrt{x^۲+۳}}+\frac{۱}{\sqrt{x^۲+۳}}=\underbrace{\sqrt{x^۲+۳}}_{a}+\frac{۱}{\underbrace{\sqrt{x^۲+۳}}_{a}}$

$* \quad \frac{x^۲+۳}{\sqrt{x^۲+۳}}\times\frac{\sqrt{x^۲+۳}}{\sqrt{x^۲+۳}}=\frac{\cancel{x^۲+۳}\sqrt{x^۲+۳}}{\cancel{x^۲+۳}}=\sqrt{x^۲+۳}$

در $\sqrt{x^۲+۳}$ کمترین مقدار $\sqrt{۳}$ است

پس کمترین مقدار این عبارت $\sqrt{۳}+\frac{۱}{\sqrt{۳}}$

$\Rightarrow \boxed{R_f=[\frac{۴}{\sqrt{۳}},+\infty)}$ ✓

پارسی زندی

سؤال (۳)

$\uparrow$

2) $y = x^2 + \frac{1}{x^2+4} \Rightarrow y = \underbrace{x^2+4}_{a} + \underbrace{\frac{1}{x^2+4}}_{a} - 4 \Rightarrow \boxed{R_f = [\frac{1}{4}, +\infty)}$ ✓

سؤال (۴) ②

$y = \frac{3x^2+4}{x^2-1} \Rightarrow yx^2 - y = 3x^2 + 4 \Rightarrow yx^2 - 3x^2 = 4 + y \Rightarrow$

$x^2(y-3) = 4 + y \Rightarrow x^2 = \frac{4+y}{y-3} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{4+y}{y-3}}$

	-4		3	
$+$	0	$-$	ت ن	$+$
ج				ج

$\Rightarrow \boxed{R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)}$ ✓

راه دوم : $x \to \pm\infty$ $\to \frac{3x^2}{x^2} = 3$; $\to -4$

$\Rightarrow$ مخرج در $x = \pm 1$ صفر $\Rightarrow$ $\boxed{(-\infty, -4] \cup (3, +\infty)}$ ✓

سؤال (۵) ②

$y = \frac{2\sin x - 1}{\sin x + 3} \Rightarrow y\sin x + 3y = 2\sin x - 1 \Rightarrow$

$y\sin x - 2\sin x = -1 - 3y \Rightarrow \sin x\,(y-2) = -1 - 3y \Rightarrow$

$\sin x = \frac{-1-3y}{y-2} \Rightarrow \quad \sin x = \frac{3y+1}{2-y} \Rightarrow -1 \leq \frac{3y+1}{2-y} \leq 1$

$\frac{3y+1}{2-y} \leq 1 \Rightarrow \frac{3y+1}{2-y} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{4y-1}{2-y} \leq 0$

	$1/4$		2	
$-$	0	$+$	ت ن	$-$
ج	ج			ج

Ⅰ $\boxed{(-\infty, \frac{1}{4}] \cup (2, +\infty)}$

$\frac{3y+1}{2-y} \geq -1 \Rightarrow \frac{2y+3}{2-y} \geq 0$

	$-3/2$		2	
$-$	0	$+$	ت ن	$-$
	ج	ج		

Ⅱ $\boxed{[-3/2, 2)}$

Ⅰ $\cap$ Ⅱ $\Rightarrow \boxed{R_f = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]}$ ✓

روش دوم : $1 \to \frac{1}{4}$; $-1 \to \frac{-3}{2}$ $\xrightarrow[\text{صفر شود}]{\text{مخرج نمی‌تواند}}$ $[-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

سؤال (۶) ②

$f(x) = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1} = \frac{(x-\frac{1}{2})^2}{x^2-x+1}$ $\xrightarrow{\text{نامنفی}}$ صورت همواره ; $x^2-x+1 \to \Delta < 0, a > 0 \to$ همواره $+$ $\Rightarrow$ همواره بزرگتر مساوی صفر

$x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \rightsquigarrow$ در این جا صورت صفر می‌شود.

$\Rightarrow 0 \leq f(x) < 1 \Rightarrow \boxed{R_f = [0, 1)}$ ✓

$\left.\begin{array}{l} yx^2 - x^2 - yx + x - 1/4 + y = 0 \\ x^2(y-1) + x(1-y) + y - \frac{1}{4} = 0 \end{array}\right\}$

$\begin{cases} \xrightarrow{y=1} \quad 1 - \frac{1}{4} = 0 \quad \times \\ \xrightarrow{y \neq 1} \quad x = \frac{(y-1) \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(y-1)(y-\frac{1}{4})}}{2(y-1)} \xrightarrow{\Delta \geq 0} (1-y)^2 - (4y^2 - 1 - 5y) \geq 0 \end{cases}$

$1 + y^2 - 2y - 4y^2 + 5y + 1 \geq 0 \Rightarrow -3y^2 + 3y + 2 \geq 0$

پارسی زندی

سؤال ⑦ ②

الف) $y = |۲x - ۲| - |x - ۳|$

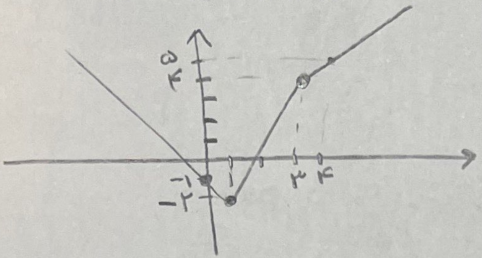
$۲x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۱$

$x - ۳ = ۰ \Rightarrow x = ۳$

$x > ۳ \rightarrow (۲x - ۲) - (x - ۳) = \boxed{x + ۱}$

$۱ \leq x \leq ۳ \rightarrow (۲x - ۲) - (-x + ۳) = \boxed{۳x - ۵}$

$x < ۱ \rightarrow (-۲x + ۲) - (-x + ۳) = \boxed{-x - ۱}$

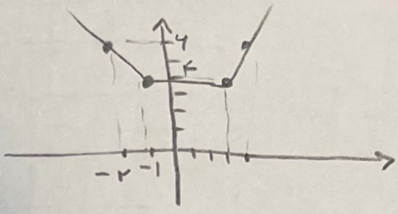


$\boxed{Rf = [-۲, +\infty)}$ ✓

ب) $y = |x - ۳| + |x + ۱|$

$x = ۳ \qquad x = -۱$

-۲	-۱	۳	۴
۶	۴	۴	۶



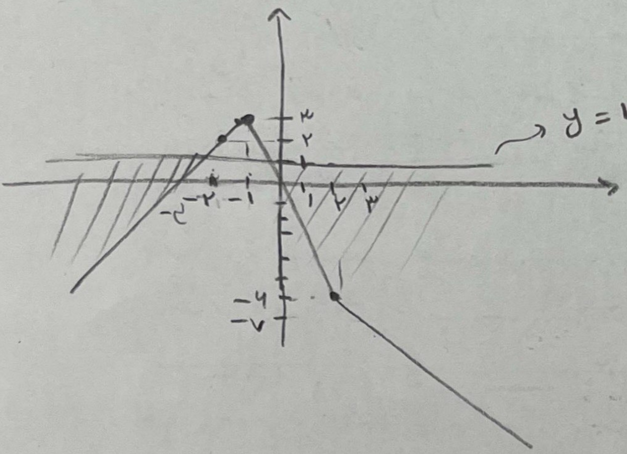
$\Rightarrow \boxed{Rf = [۴, +\infty)}$ ✓

سؤال ⑧ ②

$|x - ۲| - |۲x + ۲| \leq ۱$

$x = ۲ \qquad x = -۱$

-۱		۲
$-x + ۲ + ۲x + ۲$ $x + ۴ \leq ۱$ $\boxed{x \leq -۳}$	$-x + ۲ - ۲x - ۲ \leq ۱$ $\boxed{x \geq -\frac{۱}{۳}}$	$(x - ۲) - (۲x + ۲) \leq ۱$ $\boxed{x \geq -۵}$



✓

$\boxed{(-\infty, -۳] \cup [-\frac{۱}{۳}, +\infty)}$

سؤال ⑨

الف) $y = [x] + [۳ - x]$

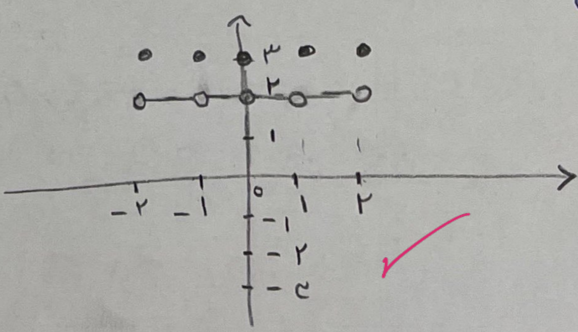
$-۲ \leq x < -۱ \rightarrow y = -۲ + ۴ = ۲$

$-۱ \leq x < ۰ \rightarrow y = -۱ + ۳ = ۲$

$۰ \leq x < ۱ \rightarrow y = ۰ + ۲ = ۲$

$۱ \leq x < ۲ \rightarrow y = ۱ + ۱ = ۲$

$x = ۲ \rightarrow y = ۲ + ۱ = ۳$



✓

$Ry = \{۳, ۲\}$

ب) $۳x - [x]$ $R_y = [-٤, ۵)$

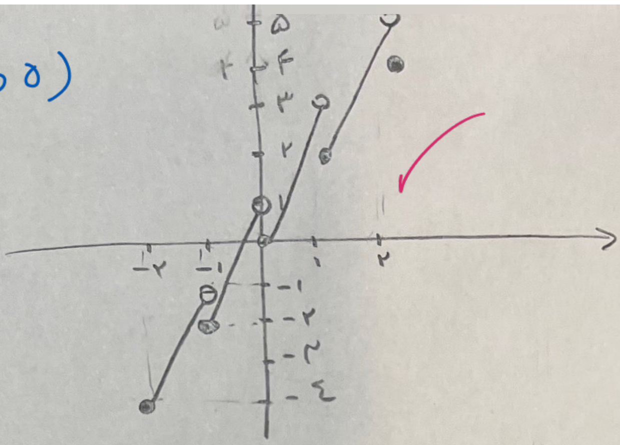
$-۲ \leq x < -۱ \rightsquigarrow ۳x + ۲$

$-۱ \leq x < ۰ \to ۳x + ۱$

$۰ \leq x < ۱ \to ۳x$

$۱ \leq x < ۲ \rightsquigarrow ۳x - ۱$

$x = ۲ \rightsquigarrow y = ۶ - \cancel{۲} = ٤$



✓

سوال ① ۱۰

②

الف) $y = \sin^۲ x - \sin x + ۱$

$-\frac{b}{۲a} = \boxed{\frac{۱}{۲}} \rightsquigarrow \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۲} + ۱ = \frac{۳}{۴}$

$۱ \longrightarrow \boxed{۱}$

$-۱ = ۱ + ۱ + ۱ = \boxed{۳}$

$R_f = [\frac{۳}{۴}, ۳]$ ✓

ب) $y = \sin^۴ x + \sin^۲ x + ۱$

$-\frac{b}{۲a} = \boxed{-\frac{۱}{۲}}$ ×

$۰ = \boxed{۱}$

$۱ = ۱ + ۱ + ۱ = \boxed{۳}$

$R_f = [۱, ۳]$ ✓