پارمیس زندی

سؤال ۱

$$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \Rightarrow yx-y=x^2+x+2 \Rightarrow x^2+x+2-yx+y=0 \Rightarrow$$

$$x^2+x(1-y)+(y+2)=0 \Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x=\frac{-(1-y)\pm\sqrt{(1-y)^2-4(y+2)}}{2}$$

$$\longrightarrow \Delta\geq 0 \longrightarrow (1-y)^2-4(y+2)\geq 0 \Rightarrow 1+y^2-2y-4y-8\geq 0 \Rightarrow y^2-6y-7\geq 0$$

$$(y+1)(y-7)\geq 0 \qquad \begin{array}{c|ccccc} & & -1 & & 7 & \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \qquad \boxed{R_f=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)}$$

سؤال ۲

الف) $y=2x^2-5x+1$ رأس $x=-\frac{b}{2a} \Rightarrow x_{min}=\frac{5}{4}$ $\quad y_{min}=-\frac{17}{8}$

$$\Rightarrow \boxed{R_f=\left[-\frac{17}{8},+\infty\right)}$$

ب) $y=\sqrt{-x^2+4x-5} \xrightarrow{a<0} \begin{cases} x_{max}=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2 \\ y_{max}=4 \end{cases} \Rightarrow \boxed{R_f=\sqrt{(-\infty,4]}=[0,2]}$

ج) $y=\sqrt{x^7-3x^2+4x+1}$ برد تمام توابع چند جمله ای مرتبه فرد برابر $\underline{R}$ است که در اینجا زیر رادیکال با درجه زوج است $\Leftarrow \boxed{R_f=[0,+\infty)}$

د) $\log(x^3-6x^2+7x+4) \longrightarrow \boxed{R_f=(-\infty,+\infty)}$

سؤال ۳

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-6} \Rightarrow$ تابع هموگرافیک $\Rightarrow R-\left\{\frac{a}{c}\right\} \Rightarrow \boxed{R_f=R-\left\{\frac{3}{2}\right\}}$

شرط هموگرافیک $\quad ad\neq bc \quad c\neq 0 \qquad y=\frac{ax+b}{cx+d}$

ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \Rightarrow \boxed{R_f=[0,+\infty)-\{2\}}$

ابتدا تابع هموگرافیک را برد آن را حساب کرده و سپس زیر رادیکال می بریم

$$R-\left\{\frac{a}{c}\right\} \Rightarrow \sqrt{R-\{4\}} \Rightarrow [0,+\infty)-\{2\}$$

ج) $y=\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}}=\frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}}=\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}=\underbrace{\sqrt{x^2+3}}_{a}+\underbrace{\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}}_{a}$

$$* \quad \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}}\times\frac{\sqrt{x^2+3}}{\sqrt{x^2+3}}=\frac{\cancel{x^2+3}\sqrt{x^2+3}}{\cancel{x^2+3}}=\sqrt{x^2+3}$$

در $\sqrt{x^2+3}$ کمترین مقدار $\sqrt{3}$ است

پس کمترین مقدار این عبارت $\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\Rightarrow \boxed{R_f=\left[\frac{4}{\sqrt{3}},+\infty\right)}$$

پارسی زندی

سؤال (۳)

$y = x^2 + \dfrac{1}{x^2+4} \Rightarrow y = \underbrace{x^2+4}_{a} + \dfrac{1}{\underbrace{x^2+4}_{a}} - 4 \Rightarrow \boxed{R_f = [\tfrac{1}{4}, +\infty)}$

سؤال (۴)

$y = \dfrac{3x^2+4}{x^2-1} \Rightarrow yx^2 - y = 3x^2 + 4 \Rightarrow yx^2 - 3x^2 = 4 + y \Rightarrow$

$x^2(y-3) = 4+y \Rightarrow x^2 = \dfrac{4+y}{y-3} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{4+y}{y-3}}$

	-4		3	
$+$ ق	ق	$-$	غ ق	$+$ ق

$\Rightarrow \boxed{R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)}$

راه دوم : $x \to \pm\infty \to \dfrac{3x^2}{x^2} = 3$ ، $\to -4$ $\Rightarrow$ در مخرج $x = \pm 1$ صفر $\Rightarrow \boxed{(-\infty, -4] \cup (3, +\infty)}$

سؤال (۵)

$y = \dfrac{2\sin x - 1}{\sin x + 3} \Rightarrow y\sin x + 3y = 2\sin x - 1 \Rightarrow$

$y\sin x - 2\sin x = -1 - 3y \Rightarrow \sin x(y-2) = -1 - 3y \Rightarrow$

$\sin x = \dfrac{-1-3y}{y-2} \Rightarrow \sin x = \dfrac{3y+1}{2-y} \Rightarrow -1 \le \dfrac{3y+1}{2-y} \le 1$

$\dfrac{3y+1}{2-y} \le 1 \Rightarrow \dfrac{3y+1}{2-y} - 1 \le 0 \Rightarrow \dfrac{4y-1}{2-y} \le 0$

	$1/4$		2	
$-$ ق	ق	$+$	غ ق	$-$ ق

(I) $\boxed{(-\infty, \tfrac{1}{4}] \cup (2, +\infty)}$

$\dfrac{3y+1}{2-y} \ge -1 \Rightarrow \dfrac{2y+3}{2-y} \ge 0$

	$-3/2$		2	
$-$	ق	$+$	غ ق	$-$

(II) $\boxed{[-3/2, 2)}$

$(I) \cap (II) \Rightarrow \boxed{R_f = [-\tfrac{3}{2}, \tfrac{1}{4}]}$

روش دوم : $1 \to \tfrac{1}{4}$ ، $-1 \to -\tfrac{3}{2}$ مخرج نمی‌تواند صفر شود $[-\tfrac{3}{2}, \tfrac{1}{4}]$

سؤال (۶)

$f(x) = \dfrac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1} = \dfrac{(x-\frac{1}{2})^2}{x^2-x+1}$ $\xrightarrow{\text{صورت همواره نامنفی}}$ همواره بزرگتر مساوی صفر $\Rightarrow$

$x^2 - x + 1 \to \Delta < 0, a > 0 \to$ همواره $+$

$x - \tfrac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = \tfrac{1}{2} \rightsquigarrow$ در این جا صورت صفر می‌شود.

$\Rightarrow 0 \le f(x) < 1 \Rightarrow \boxed{R_f = [0, 1)}$

$yx^2 - x^2 - yx + x - \tfrac{1}{4} + y = 0$

$x^2(y-1) + x(1-y) + y - \tfrac{1}{4} = 0$

$\xrightarrow{y=1} 1 - \tfrac{1}{4} = 0$ ✗

$\xrightarrow{y \ne 1} x = \dfrac{(y-1) \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(y-1)(y-\frac{1}{4})}}{2(y-1)} \xrightarrow{\Delta \ge 0} (1-y)^2 - (4y^2 - 1 - 5y) \ge 0$

$1 + y^2 - 2y - 4y^2 + 5y + 1 \ge 0 \Rightarrow -3y^2 + 3y + 2 \ge 0$

پارسی زندی

سؤال ۷

الف) $y = |2x-2| - |x-3|$

$2x-2=0 \Rightarrow x=1$

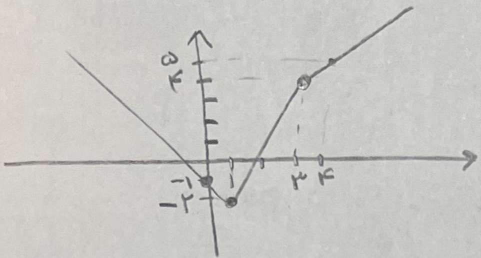
$x-3=0 \Rightarrow x=3$

$x>3 \to (2x-2)-(x-3)=\boxed{x+1}$

$1 \leq x \leq 3 \to (2x-2)-(-x+3)=\boxed{3x-5}$

$x<1 \to (-2x+2)-(-x+3)=\boxed{-x-1}$

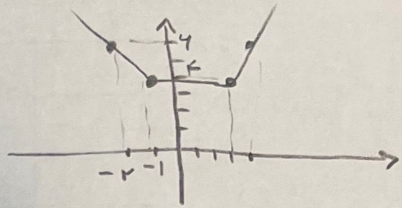
$$\boxed{R_f=[-2,+\infty)}$$



ب) $y=|x-3|+|x+1|$

$x=3 \qquad x=-1$

-2	-1	3	4
6	4	4	6



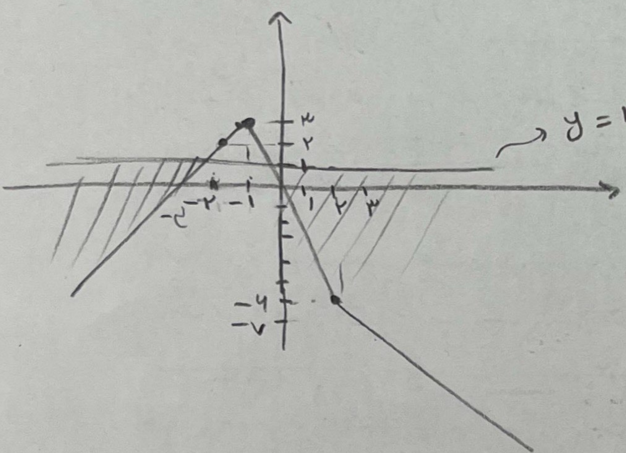
$$\Rightarrow \boxed{R_f=[4,+\infty)}$$

سؤال ۸

$|x-2|-|2x+2| \leq 1$

$x=2 \qquad x=-1$

$x<-1$	$-1 \leq x<2$	$x \geq 2$
$-x+2+2x+2 \leq 1$	$-x+2-2x-2 \leq 1$	$(x-2)-(2x+2) \leq 1$
$x+4 \leq 1$	$\boxed{x \geq -\frac{1}{3}}$	$\boxed{x \geq -5}$
$\boxed{x \leq -3}$		



$y=1$

$$\boxed{(-\infty,-3] \cup [-\frac{1}{3},+\infty)}$$

سؤال ۹

الف) $y=[x]+[3-x]$

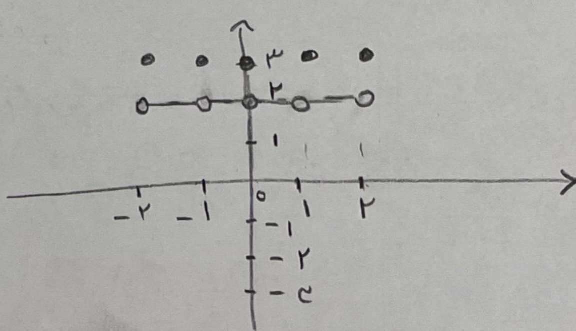
$-2 \leq x<-1 \to y=-2+4=2$

$-1 \leq x<0 \to y=-1+3=2$

$0 \leq x<1 \to y=0+2=2$

$1 \leq x<2 \to y=1+1=2$

$x=2 \to y=2+1=3$



ب) $۳x-[x]$

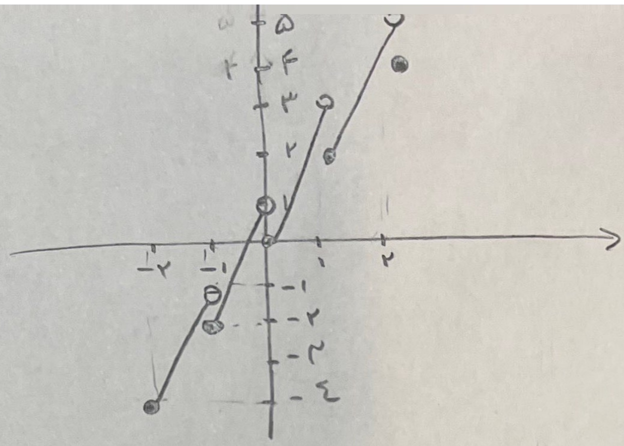
$-۲\leq x<-۱ \rightarrow ۳x+۲$

$-۱\leq x<۰ \rightarrow ۳x+۱$

$۰\leq x<۱ \rightarrow ۳x$

$۱\leq x<۲ \rightarrow ۳x-۱$

$x=۲ \rightarrow y=۶-۲=۴$



سوال ۱۰

الف) $y=\sin^۲x-\sin x+۱$

$-\frac{b}{۲a}=\boxed{\frac{۱}{۲}} \rightarrow \frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۲}+۱=\frac{۳}{۴}$

$۱ \rightarrow \boxed{۱}$

$-۱=۱+۱+۱=\boxed{۳}$

$R_f=[\frac{۳}{۴},۳]$

ب) $y=\sin^۴x+\sin^۲x+۱$

$-\frac{b}{۲a}=\boxed{-\frac{۱}{۲}}\times$

$۰=\boxed{۱}$

$۱=۱+۱+۱=\boxed{۳}$

$R_f=[۱,۳]$