

پروژه ۲۰
آدمین ضمیمه کامل نوشتن

هشتمین
در از هم خرد

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} \Rightarrow yx - y = x^2 + x + 2 \Rightarrow x^2 - yx + x + y + 2 = 0 \Rightarrow$$

$$x^2 + (1 - y)x + y + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-(1 - y) \pm \sqrt{(1 - y)^2 - 4(1)(y + 2)}}{2}$$

عبرت زیر اکیال
نمونی

$$(1 - y)^2 - 4(y + 2) \geq 0 \Rightarrow 1 + y^2 - 2y - 4y - 8 \geq 0 \Rightarrow y^2 - 4y - 7 \geq 0$$

$$(y - 2)(y + 1) \geq 0 \Rightarrow \frac{-1}{+4} \frac{7}{+}$$

$$y \in (-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$$

$$y = \frac{2x^2 - 5x + 1}{x - \frac{b}{2a} = \frac{5}{2}} \xrightarrow{\text{حاصل}} y = 2 \times \frac{25}{14} - 5 \times \frac{5}{2} + 1 = \frac{25}{7} - \frac{25}{2} + 1 = \frac{-17}{14}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{2} \Rightarrow R = \left[\frac{-17}{14}, +\infty \right)$$

$$y = \sqrt{-x^2 + 4x - 5} \quad x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-1} = 4 \xrightarrow{\text{حاصل}} y = -9 + 16 - 5 = 2$$

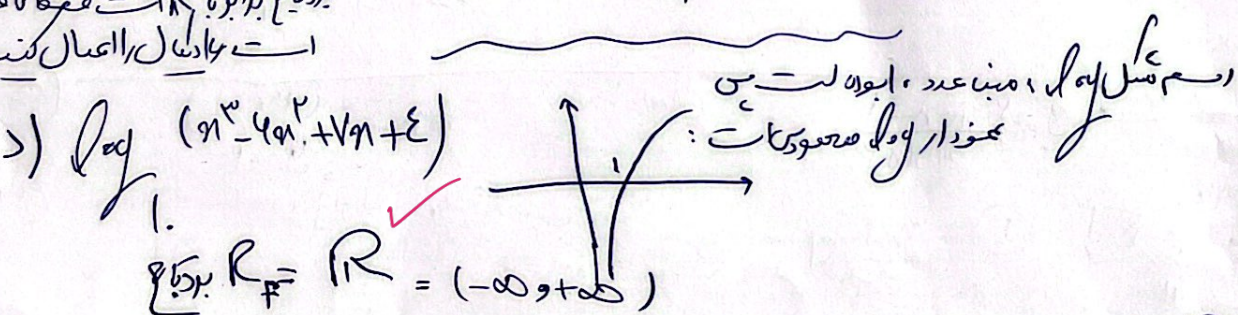
$$x = 4 \Rightarrow R = (-\infty, 4] \Rightarrow \sqrt{(-\infty, 4]} = [0, 2]$$

$$\Rightarrow R = [0, 2]$$

$$y = \sqrt{x^2 - 3x^2 + 4x + 1} \Rightarrow y = \sqrt{1x} = [0, +\infty)$$

$$R = [0, +\infty)$$

همین که می بینیم از بزرگترین توان آن
از مرتبه فرد است
برای ج برابر با ۱ است فقط کافی
است که اکیال را اعمال کنیم



$$y = \frac{2x + 1}{2x - 4} \Rightarrow R = R - \left\{ \frac{1}{2} \right\} = R - \left\{ \frac{1}{2} \right\} = R - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

ب) $y = \sqrt{\frac{4x+1}{x-2}}$ $\xrightarrow{\text{مربع کردن}}$ $\sqrt{R-14} = R_f \Rightarrow R_f = [0, +\infty) \cup 22$

ج) $y = \frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$

حداقل مقدار $\sqrt{x^2+3} = \sqrt{3}$ است پس بدین معادله به ازای آن برابر: $\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3+1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$R_f = [\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty) \cup R_f = [\frac{4}{\sqrt{3}}, +\infty)$

د) $y = x^2 + \frac{1}{x^2+4} \Rightarrow y = x^2 + \frac{1}{x^2+4} - 4 \Rightarrow$ کمترین مقدار x^2+4 برابر ۴ خواهد بود که به ازای آن

$\min(x^2+4) = 4 \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow R_f = [\frac{1}{4}, +\infty)$ بدین معادله به صورت $x^2+4 = 4$ است.

۴) $y = \frac{x^2+4}{x^2-1}$ اصلی است، پس $x^2-1 > 0$ و $x^2-1 < 0$ را بررسی می‌کنیم.

$\frac{y+4}{y-3} > 0 \Rightarrow \frac{-4}{+ \phi - \phi +} \Rightarrow R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

۵) $\min(x^2) = 0 \xrightarrow{x=0} y = -4$ معمولاً $x^2 \geq 0$ است.
 $\max(x^2) = +\infty \Rightarrow \frac{3(+\infty)+4}{(+\infty)+1} = 3$ پس $R_f = (-\infty, 4] \cup (3, +\infty)$

۶) $y = \frac{2 \sin x - 1}{\sin x + 3}$ برای $\sin x$ در بازه $[-1, 1]$ بررسی می‌کنیم.

۱) $\frac{2y+1}{y+4} < 1 \Rightarrow \frac{2y+1-y+4}{y+4} < 0 \Rightarrow \frac{y+5}{y+4} < 0$

۲) $\frac{2y+1}{y+4} > -1 \Rightarrow \frac{2y+1+y+4}{y+4} > 0 \Rightarrow \frac{3y+5}{y+4} > 0$

$\frac{3y+5}{y+4} > 0 \Rightarrow \frac{3y-1}{y-2} > 0$ پس $R_f = [-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$

$y = \frac{2 \sin \alpha - 1}{\sin \alpha + 3}$
 $\min \sin \alpha = -1 \rightarrow y = \frac{-3}{2}$
 $\max \sin \alpha = 1 \rightarrow y = \frac{1}{4}$

$R_f = \left[-\frac{3}{2}, \frac{1}{4} \right]$

صفحه منفرجه است
 معكوسه
 دامن اين دو صفر صفر برد است

$y = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1}$
 $D_y = R - \left\{ \frac{1}{4} \right\} = R$

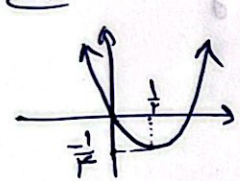
$\Delta < 0$ و $\Delta > 0$ عبارت مضاعف
 صفرين شود

$x^2 - x = \square \Rightarrow y = \frac{\square + \frac{1}{4}}{\square + 1}$

$\min(x^2 - x) = \frac{1}{4}$
 $\max(x^2 - x) = +\infty$

$R_f = [0, +\infty)$

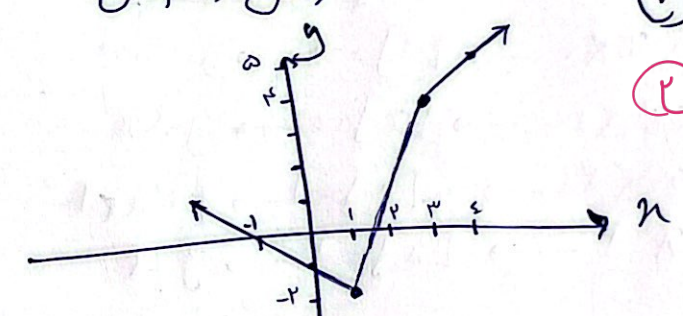
به اين ترتيب
 شكل را بر محور
 يك در نظر مي گيرد



(الف) $y = |2x - 2| - |x - 3|$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 3 & \\ \hline -2x+2+x-3 & 2x-2+x-3 & 2x-2-x+3 \\ \hline -x-1 & x-5 & x+1 \end{array}$$

نقاط مدرك + يك نقطه كمتر + يك نقطه زياده



(ب) $y = |x - 3| + |x + 1|$

$R_f = [-2, +\infty)$

$R_f = [4, +\infty)$

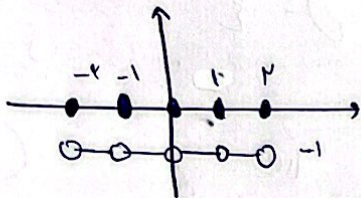
$|x - 2| - |2x + 2| \leq 1$

$R_y = (-\infty, -3] \cup \left[-\frac{1}{3}, +\infty\right)$

$-x+2+2x+2 \leq 1$ $x+4 \leq 1$ $x \leq -3$	$-x+2-2x-2 \leq 1$ $-3x \leq 1$ $x \geq -\frac{1}{3}$	$x-2-2x-2 \leq 1$ $-x-4 \leq 1$ $x \geq -5$
$x \leq -3$	$x \in \left[-\frac{1}{3}, 2\right]$	$x \geq 2$

$R_y = (-\infty, -3] \cup \left[-\frac{1}{3}, +\infty\right)$

الف) $y = [x] + [x-1] \Rightarrow y = [x] + [-x] + 1$



$y = [x] + [x-1] \xrightarrow{\text{if } x \in \mathbb{Z}} y = 0$

$\text{if } x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow y = -1$

$R_f = \{1, 2, 3\}$

ب) $y = 3x - [x] \quad -2 \leq x \leq 2$

$-2 \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow y = 3x + 2$

$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = 3x + 1$

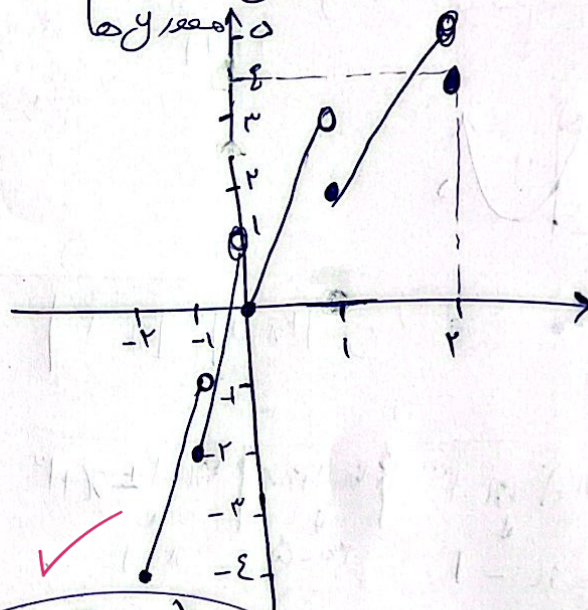
$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 3x$

$1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = 3x - 1$

$x = 2 \rightarrow [x] = 2 \rightarrow y = 4$

$y = [x] + [-x] + 1$

3 واحد انتقال در سمت مثبت
معبر y ها



$R_f = [-4, 5]$

الف) $y = \sin^2 x - \sin x + 1$

$\max \Rightarrow \sin x = 1$

$y = 1 - 1 + 1 = 1$

$\min \Rightarrow \sin x = -1 \Rightarrow y = 1 + 1 + 1 = 3$

$\frac{1}{\cos a} = \frac{1}{\cos} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{\cos} \Rightarrow y = \frac{1}{\cos} - \frac{1}{\cos} + 1 = \frac{1}{\cos}$

$R_y = [\frac{1}{\cos}, 3]$

ب) $y = \sin^2 x + \sin x + 1$

$\max \Rightarrow \sin^2 x = 0$

$y = 1$

$\min \Rightarrow \sin^2 x = 1 \Rightarrow y = 3$

$\frac{1}{\cos a} = \frac{1}{\cos} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{\cos} \Rightarrow y = \frac{1}{\cos} + \frac{1}{\cos} + 1 = \frac{1}{\cos} + \frac{1}{\cos} + 1$

$R_y = [1, 3]$

1.
2