

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} \Rightarrow yx - y = x^2 + x + 2 \Rightarrow x^2 - yx + x + y + 2 = 0 \Rightarrow$$

(1)

$$x^2 + (1 - y)x + y + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-(1 - y) \pm \sqrt{(1 - y)^2 - 4(1)(y + 2)}}{2}$$

عبرت زیر اکیال
منفی

$$(1 - y)^2 - 4(y + 2) \geq 0 \Rightarrow 1 + y^2 - 2y - 4y - 8 \geq 0 \Rightarrow y^2 - 4y - 7 \geq 0$$

$$(y - 2)(y + 1) \geq 0 \Rightarrow y \in (-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$$

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(y + 2)}}{2} \Rightarrow y = \frac{20}{14} - 5 \times \frac{5}{2} + 1 = 2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow R = \left[\frac{-11}{1}, +\infty \right) \quad \frac{20}{14} - \frac{50}{14} + \frac{1}{14} = \frac{-11}{14}$$

$$y = \sqrt{-x^2 + 4x - 5} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 20}}{2} = 3 \Rightarrow y = -9 + 18 - 5 = 4$$

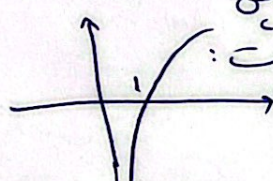
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow R = (-\infty, 4] \Rightarrow \sqrt{(-\infty, 4]} = [0, 2] \Rightarrow R = [0, 2]$$

$$y = \sqrt{x^2 - 3x^2 + 4x + 1} \Rightarrow y = \sqrt{1} R = [0, +\infty)$$

$$R = [0, +\infty)$$

همین که به عنوان آن
از مرتبه فرد است
برای ج برابر است
است و اکیال را اعمال کنیم

$$d) \quad y = (x^3 - 4x^2 + 7x + 4)$$



$$R = (-\infty, +\infty)$$

رسم شکل اول، منبع عدد، ابوجه است
محمودار و اوله مصحور است

$$y = \frac{x+1}{x-4} \Rightarrow R = R - \left\{ \frac{1}{c} \right\} = R - \left\{ \frac{1}{-4} \right\} = R - \left\{ -\frac{1}{4} \right\}$$

ب) $y = \sqrt{\frac{4x+1}{x-2}}$ $\xrightarrow{\text{مربع کردن}}$ $\sqrt{R-14} = R_f \Rightarrow R_f = [0, +\infty) - 14$

ج) $y = \frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$

حداقل مقدار $\sqrt{x^2+3} = \sqrt{3}$ است پس بدین معادله به ازای آن برابر: $\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3+1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$R_f = [\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty)$ $\subset$ $R_f = [\frac{4}{\sqrt{3}}, +\infty)$

د) $y = x^2 + \frac{1}{x^2+4} \Rightarrow y = x^2 + \frac{1}{x^2+4} - 4 \Rightarrow$ کمترین مقدار x^2+4 برابر ۴ خواهد بود که به ازای آن

$\min(x^2+4) = 4 \Rightarrow \frac{1}{x^2+4} = \frac{1}{4}$ بدین معادله به صورت $x^2+4 = 4$ است.
 $\Rightarrow x^2+4 = 4 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$
 $R_f = [\frac{1}{4}, +\infty)$

۴) اصول حساب دیفرانسیل: $y = \frac{x^2+4}{x^2-1}$ $\Rightarrow y' = \frac{2x(x^2-1) - (x^2+4)2x}{(x^2-1)^2} = \frac{y+4}{y^2}$

$\frac{y+4}{y^2} > 0 \Rightarrow \frac{-4}{+ \phi - \phi +} \Rightarrow R_f = (-\infty, -4] \cup (2, +\infty)$

۵) $\min(x^2) = 0 \xrightarrow{x=0} y = -4$
 $\max(x^2) = +\infty \Rightarrow \frac{3(+\infty)^2}{(+\infty)^2} = 3$
 $R_f = (-\infty, 4] \cup (3, +\infty)$
 البته باید توجه داشت که اعداد ثابت ۴ و ۳ که در صورت و مضروب وجود دارند تا کثیر و ثابت باشند.

۵) $y = \frac{2 \sin x - 1}{\sin x + 3}$ $\Rightarrow \sin x = \frac{-(2y+1)}{y-2}$

برای $\sin x$ در دامنه $[-1, 1]$ باید سبب: $-1 \leq \frac{-(2y+1)}{y-2} \leq 1$
 ۱) $\frac{2y+1}{y-2} \leq 1 \Rightarrow \frac{2y+1-y+2}{y-2} \leq 0 \Rightarrow \frac{y+3}{y-2} \leq 0$

۲) $\frac{2y+1}{y-2} \geq -1 \Rightarrow \frac{2y+1+y-2}{y-2} \geq 0 \Rightarrow \frac{3y-1}{y-2} \geq 0$
 $y \in [\frac{3}{4}, 2)$

۳) $\frac{3y-1}{y-2} \geq 0 \Rightarrow \frac{3y-1}{y-2} \geq 0$
 $y \in (-\infty, \frac{1}{3}] \cup (2, +\infty)$
 $I \cap II = R_f = [\frac{3}{4}, \frac{1}{3}]$

$y = \frac{2 \sin \alpha - 1}{\sin \alpha + 3}$
 $\min \sin \alpha = -1 \rightarrow y = \frac{-3}{2}$
 $\max \sin \alpha = 1 \rightarrow y = \frac{1}{4}$

$R_f = \left[-\frac{3}{2}, \frac{1}{4} \right]$

صفحه منفرجه است
 معقود
 دایره این دو دایره صاف برد است

$y = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1}$
 $D_y = R - \left\{ \frac{1}{4} \right\} = R$

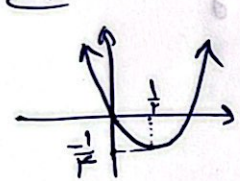
$\Delta < 0$ و $\Delta > 0$ عبارت مضاعف
 صفرین شود

$x^2 - x = \square \Rightarrow y = \frac{\square + \frac{1}{4}}{\square + 1}$

$\min(x^2 - x) = \frac{1}{4}$
 $\max(x^2 - x) = \infty$

$R_f = [0, \infty)$

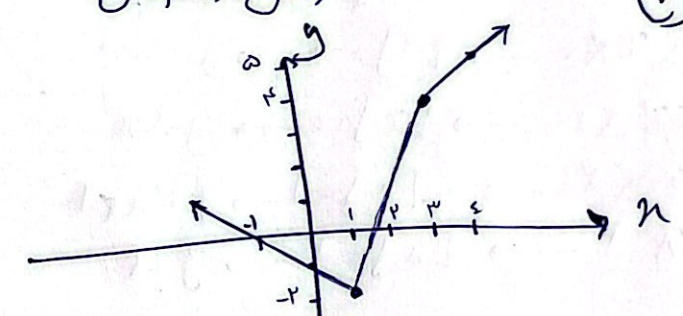
بازه باز
 نقطه را بر محور
 یک دایره عمل نمی شود



(الف) $y = |2x - 2| - |x - 3|$

$$\begin{array}{ccc} |2x-2| & - & |x-3| \\ \hline -2x+2 & + & x-3 \\ \hline -x-1 \end{array}$$

نقاط مدول + یک نقطه کمتر + یک نقطه بیشتر



(ب) $y = |x - 3| + |x + 1|$

$R_f = [-2, +\infty)$

$R_f = [4, +\infty)$

$y = 4$

$|x - 2| - |2x + 2| \leq 1$

$y = |x - 2| - |2x + 2| \leq 1$

$R_y = (-\infty, -3] \cup \left[-\frac{1}{3}, +\infty\right)$

$-x+2+2x+2 \leq 1$ $x+4 \leq 1$ $x \leq -3$	$-x+2-2x-2 \leq 1$ $-3x \leq 1$ $x \geq -\frac{1}{3}$	$x-2-2x-2 \leq 1$ $-x-4 \leq 1$ $x \geq -5$
$x \leq -3$	$x \geq -\frac{1}{3}$	$x \geq 2$

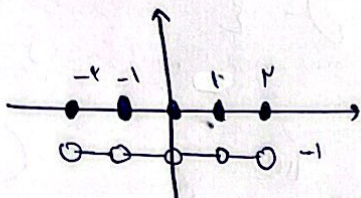
$x \in (-\infty, -3] \cup \left[-\frac{1}{3}, +\infty\right)$

$x \in \left[-\frac{1}{3}, 2\right]$

$x \geq 2$

9

الف) $y = [x] + [x-1] \Rightarrow y = [x] + [-x] + 1$



$y = [x] + [x-1] \xrightarrow{\text{if } x \in \mathbb{Z}} y = 0$

$\text{if } x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow y = -1$

$R_f = \{1, 2\}$

ب) $y = 3x - [x] \quad -2 \leq x \leq 2$

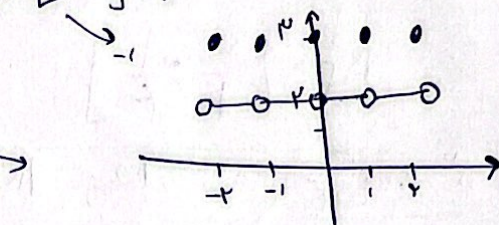
$-2 \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow y = 3x + 2$

$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = 3x + 1$

$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 3x$

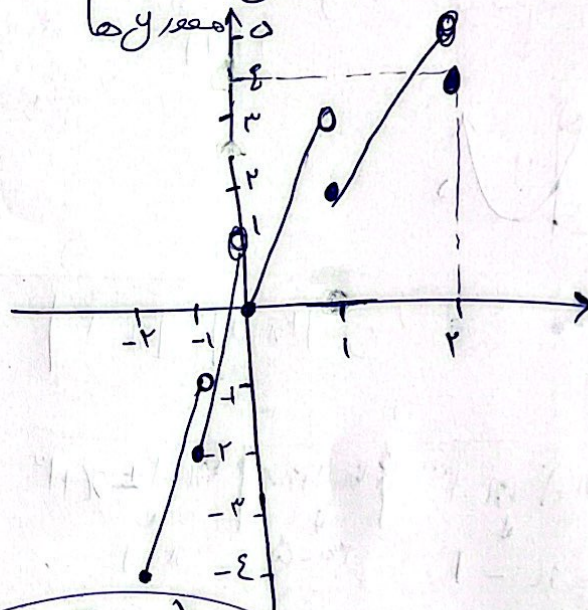
$1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = 3x - 1$

$x = 2 \rightarrow [x] = 2 \rightarrow y = 4$



$y = [x] + [x-1] + 1$

3 واحد (نقطه) در سمت مثبت
معرفی می شود



$R_f = [-2, 4]$

الف) $y = \sin^2 x - \sin x + 1$

$\max \Rightarrow \sin x = 1$

$y = 1 - 1 + 1 = 1$

$\min \Rightarrow \sin x = -1$

$y = 1 + 1 + 1 = 3$

$\frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\sin x} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{\sin x} \rightarrow y = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\sin x} + 1 = \frac{1}{\sin x}$

$R_y = [\frac{1}{\sin x}, 3]$

ب) $y = \sin^2 x + \sin x + 1$

$\max \Rightarrow \sin^2 x = 0$

$y = 1$

$\min \Rightarrow \sin^2 x = 1 \Rightarrow y = 3$

$\frac{1}{\cos x} = \frac{-1}{\sin x} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{-1}{\sin x}$

$R_y = [1, 3]$

10