

سوال ۱) می دانیم برد تابع $[0, 1]$ - $[0, 1]$ برابر است با $[0, 1]$

۲

$$y = \left(x - 2\left[\frac{x}{2}\right]\right)^2 \Rightarrow \left(2\left(\frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2}\right]\right)\right)^2 \xrightarrow{[0, 2]} R_y = [0, 4]$$

ب) $-\sin x + 4y - 4 = 0 \Rightarrow 4y = \sin x + 4 \Rightarrow 3 < 4y < 5 \Rightarrow 1.5 < y < 1.25 \Rightarrow R_y = [1.25, 1.5]$

سوال ۲) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}}$ $R_f = [a, b] \cup (c, +\infty)$ $\frac{x^2-4}{x^2-9} = y \Rightarrow x^2 = \frac{9y-4}{y-1} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{9y-4}{y-1}}$ $\frac{4}{1} - \frac{1}{0} \Rightarrow R_f = \sqrt{(-\infty, \frac{4}{9})} \cup (1, +\infty)$

$\Rightarrow R_f = [0, \frac{4}{9}] \cup (1, +\infty) \Rightarrow a=0, b=\frac{4}{9}, c=1$ $a+b+c = 0 + \frac{4}{9} + 1 = \frac{13}{9}$

سوال ۲

سوال ۳) برای بدست آوردن برد این تابع باید کمترین مقدارش رو پیدا کنیم برش می شود از کمترین مقدارش تا $+\infty$

می دانیم برد تابع $x + \frac{1}{x}$ ، $x + \frac{1}{x} \in [2, +\infty) \cup (-\infty, -2]$ است بنابراین وقتی رادیکال بیادوری سر عبارت بردش می شود از $[\sqrt{2}, +\infty)$ پس کمترین مقدار عبارت $\sqrt{2}$ است

$y = (\sqrt{2} + 1)^2 - 1 \Rightarrow 3 + 2\sqrt{2} - 1 \Rightarrow y_{\min} = 2\sqrt{2} + 2 \Rightarrow R_f = [2\sqrt{2} + 2, +\infty)$

ب) $y = (3 - \sin x)(1 + \sin x) = -\sin^2 x + 2\sin x + 3$ $\begin{matrix} y = 4 \\ y = 0 \\ y = -\frac{5}{4} \end{matrix}$ $R_y = [0, 4]$

سوال ۴) $f(x) = -\frac{1}{x^2}x + 10$ $D_f = \{x | x \in \mathbb{N}, x(1, 7)\}$ $R_f = \{\frac{29}{2}, \frac{28}{2}, \frac{27}{2}, \dots, \frac{21}{2}\}$ $S_{n \in \mathbb{N}} = \frac{9}{2}x(21, 29) = 270 \Rightarrow S_{R_f} = \frac{270}{2} = 135$

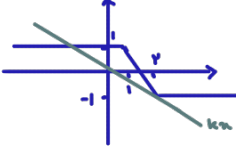
سوال ۴

$x=1 \rightarrow y = \frac{29}{2}$, $x=2 \rightarrow y = \frac{28}{2}$, $x=3 \rightarrow y = \frac{27}{2}$, ..., $x=9 \rightarrow y = 7$

سوال ۵) نتیجه می گیریم عبارت $ax^2 + bx + c$ درجه اول است نه درجه ۲ دارد پس ضریب x باید صفر باشد

$a=0$, $x=2 \rightarrow 2b+c=0$ $f(3)=1 \Rightarrow \sqrt{3b+c}=1 \Rightarrow 3b+c=1 \Rightarrow \begin{cases} 3b+c=1 \\ 2b+c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} b=1 \\ c=-2 \end{matrix}$ $g(x) = \sqrt{bx^2+ax-xc} = \sqrt{x^2+4}$

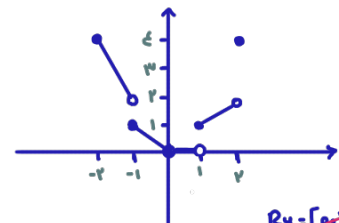
$2 \Rightarrow R_g = [2, +\infty)$

سوال ۶) $|x-2| - |x-1| = k$ $\rightarrow$ تابع سراسره  $k = \frac{0+1}{0-2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$

۶

الف) $y = x[x]$ $D_y = [-2, 2]$ $-2 < x < -1 \xrightarrow{[x]=-2} y = -2x$ $-1 < x < 0 \xrightarrow{[x]=-1} y = -x$

$0 < x < 1 \xrightarrow{[x]=0} y = 0$ $1 < x < 2 \xrightarrow{[x]=1} y = x$ $x=2 \rightarrow y=4$

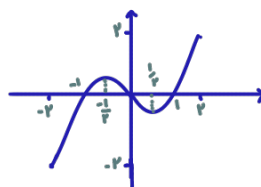


$R_y = [0, 4] \cup (2, 4]$

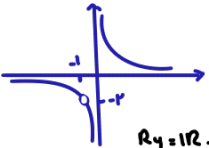
سوال ۷

ب) $y = x|x| - x$ $D_y = [-2, 2]$

$\begin{cases} x \geq 0 \rightarrow y = x^2 - x \rightarrow x(x-1) \\ x < 0 \rightarrow y = -x^2 - x \rightarrow -x(x+1) \end{cases}$



$R_y = [-2, 2]$

$$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} \Rightarrow y = \frac{x+1+x+1}{x^2+x} = \frac{2x+2}{x^2+x} = \frac{2(x+1)}{x(x+1)} = \frac{2}{x}$$


$R_y = \mathbb{R} - \{0, -2\} \rightarrow R_y = \mathbb{R} - \{0, -2\} \Rightarrow a+b = 0-2 = -2$ ✓

سوال ٨

$$f(x) = \frac{x - \sqrt{x} + 3}{x - 2\sqrt{x} + 1} \Rightarrow f(x) = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)^2} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} = y \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{y-3}{y-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{y-1} \geq 0 \Rightarrow y > 1$$

$R_y = (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ ✓

سوال ٩

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1} \Rightarrow \frac{x^2(x+2) - (x+2)}{x^2 - 1} = \frac{(x+2)(x^2-1)}{x^2-1} = x+2, x \neq \pm 1 \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{3, 1\}$$

$\frac{3+1=4}{\text{✓}}$

سوال ١٠