

سوال (۱) می‌دانیم برد تابع $[0, 1]$ - برابر است با $[0, 1]$

$$y = \left(x - 2\left[\frac{x}{2}\right]\right)^2 \Rightarrow \left(2\left(\frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2}\right]\right)\right)^2 \xrightarrow{2 \text{ توان}} \xrightarrow{[0, 2]} R_y = [0, 4]$$

ب) $-\sin x + 4y - 4 = 0 \Rightarrow 4y = \sin x + 4 \Rightarrow 3 < 4y < 5 \Rightarrow 1.5 < y < 1.25 \Rightarrow R_y = [1.25, 1.5]$

سوال (۲) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}}$ $R_f = [a, b] \cup (c, +\infty)$ $\frac{x^2-4}{x^2-9} = y \Rightarrow x^2 = \frac{9y-4}{y-1} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{9y-4}{y-1}}$ $\frac{4}{1} - \frac{1}{\frac{4}{1}} + \frac{1}{\frac{4}{1}} \Rightarrow R_f = \sqrt{(-\infty, \frac{4}{3}]} \cup (1, +\infty)$

$\Rightarrow R_f = [0, \frac{4}{3}] \cup (1, +\infty) \Rightarrow a=0, b=\frac{4}{3}, c=1$ $a+b+c = 0 + \frac{4}{3} + 1 = \frac{7}{3}$

سوال (۳) برای بدست آوردن برد این تابع باید کمترین مقدارش رو پیدا کنیم بردش می‌شود از کمترین مقدارش تا $+\infty$

می‌دانیم برد تابع $x + \frac{1}{x}$ ، $x + \frac{1}{x} \in [2, +\infty) \cup (-\infty, -2]$ است بنابراین وقتی رادیکال بیاد روی سر عبارت بردش می‌شود از $[\sqrt{2}, +\infty)$ پس کمترین مقدار عبارت $\sqrt{2}$ است

$y = (\sqrt{2} + 1)^2 - 1 \Rightarrow 3 + 2\sqrt{2} - 1 \Rightarrow y_{\min} = 2\sqrt{2} + 2 \Rightarrow R_f = [2\sqrt{2} + 2, +\infty)$

ب) $y = (3 - \sin x)(1 + \sin x) = -\sin^2 x + 2\sin x + 3$ $\begin{matrix} \xrightarrow{y=4} \\ \xrightarrow{y=0} \\ \xrightarrow{1=\frac{y}{2}} \end{matrix}$ $R_y = [0, 4]$

سوال (۴) $f(x) = -\frac{1}{x}x + 10$ $D_f = \{x | x \in \mathbb{N}, x(10)\}$ $R_f = \{\frac{29}{2}, \frac{28}{2}, \frac{27}{2}, \dots, \frac{21}{2}\}$ $S_{n \in \mathbb{N}} = \frac{9}{2}x(21, 29) = 270 \Rightarrow S_{R_f} = \frac{270}{2} = 135$

$x=1 \rightarrow y = \frac{29}{2}$, $x=2 \rightarrow y = \frac{28}{2}$, $x=3 \rightarrow y = 9$, ..., $x=9 \rightarrow y = 1$

سوال (۵) نتیجی می‌گیریم عبارت $ax^2 + bx + c$ در م اول است که یک ریشه ۲ دارد پس ضریب x باید ضریب باشد

$a=0$, $x=2 \rightarrow 2b+c=0$ $f(3)=1 \Rightarrow \sqrt{3b+c}=1 \Rightarrow 3b+c=1 \Rightarrow \begin{cases} 3b+c=1 \\ 2b+c=0 \\ b=1, c=-2 \end{cases}$ $g(x) = \sqrt{bx^2+ax-2c} = \sqrt{x^2+4}$

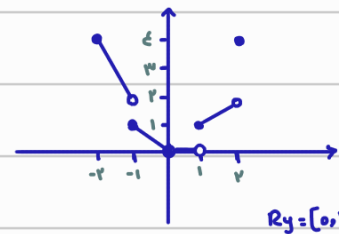
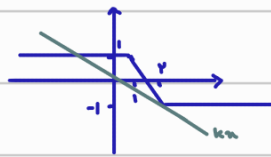
$\Rightarrow R_g = [2, +\infty)$ (کمترین مقدار $g(x)$ و برابر است با ۲)

سوال (۶) kx مبدأ افزایش است و تصاعد می‌باشد که در دو نقطه نمودار را قطع می‌کند یعنی است که در شرط روکشیده شده

برای پیدا کردن شیب خط از دو نقطه $(0,0)$ و $(2,1)$ استفاده می‌کنیم

$k = \frac{0+1}{0-2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$

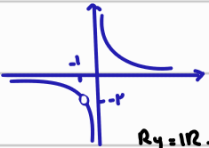
تابع سراسر $|x-2| - |x-1| = kx$ $\rightarrow$ نمودار مبدأ افزایش



سوال (۷) $y = x[x]$ $D_y = [-2, 2]$ $-2 < x < -1 \xrightarrow{[x]=-2} y = -2x$ $-1 < x < 0 \xrightarrow{[x]=-1} y = -x$

$0 < x < 1 \xrightarrow{[x]=0} y = 0$ $1 < x < 2 \xrightarrow{[x]=1} y = x$ $x=2 \rightarrow y = 4$

ب) $y = x|x| - x$ $D_y = [-2, 2]$ $\begin{cases} x \geq 0 \rightarrow y = x^2 - x \rightarrow x(x-1) \\ x < 0 \rightarrow y = -x^2 - x \rightarrow -x(x+1) \end{cases}$ $R_y = [-2, 2]$

$$y = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n^2+n} \Rightarrow y = \frac{n+1+n+1}{n^2+n} = \frac{2n+2}{n^2+n} = \frac{2(n+1)}{n(n+1)} = \frac{2}{n}$$


سؤال ٨

$$R_y = \mathbb{R} - \{a, b\} \rightarrow R_y = \mathbb{R} - \{0, -2\} \Rightarrow a+b = 0-2 = -2$$

$$f(n) = \frac{n - 4\sqrt{n} + 3}{n - 2\sqrt{n} + 1} \Rightarrow f(n) = \frac{(\sqrt{n}-1)(\sqrt{n}-3)}{(\sqrt{n}-1)^2} = \frac{\sqrt{n}-3}{\sqrt{n}-1} = y \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{y-3}{y-1} \geq \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \quad R_y = (-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$$

سؤال ٩

$$f(n) = \frac{n^2 + 2n^2 - n - 2}{n^2 - 1} \Rightarrow \frac{n^2(n+2) - (n+2)}{n^2 - 1} = \frac{(n+2)(n^2-1)}{n^2-1} = n+2, n \neq \pm 1 \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{3, 1\} \quad \frac{3+1=4}{\leftarrow}$$

سؤال ١٠