۱۸

No
Date

۱۴۰۴/۶/۱۰ $a-[a]=t$ تکلیف ۴ نازلی قنبری

۱) (۲)

الف) $y=\left(x-2\left[\frac{x}{2}\right]\right)^2 \Rightarrow y=\left(2\left(\frac{x}{2}-\left[\frac{x}{2}\right]\right)\right)^2 \Rightarrow y=4t^2 \xrightarrow{t\in[0,1)} y\in[0,4)$

ب) $-\sin x+\log y-4=0 \Rightarrow \log_{10} y=4+\sin x \rightarrow y=10^{4+\sin x} \Rightarrow \begin{cases}\sin x=1 \rightarrow y=10^5\\ \sin x=-1 \rightarrow y=10^3\\ R=[10^3,10^5]\end{cases}$

$f(\cdot)=\frac{4}{9}$ $f(\infty)=1$ $R_f=[0,\frac{4}{9}]\cup(1,+\infty)$ $a+b+c=\frac{13}{9}$

۲) (۱)

$f(x)=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}}$, $R=[a,b]\cup(c,+\infty) \Rightarrow D_f:$ $\begin{array}{ccccc} -3 & -2 & 2 & 3 & \\ + \nexists & - & + & - & \nexists + \end{array}$

$=\boxed{(-\infty,-3)\cup[-2,2]}\cup(3,+\infty) \longrightarrow$ بررسی تابع در بازه: $\text{if } -2\leq x\leq 2 \Rightarrow 0\leq f(x)<1$

عبارت زیر رادیکال است
جواب هم درست منفی نیست!

$\text{if } x\in(-\infty,-3) \Rightarrow 1<f(x)$, $\text{if } x\in(3,+\infty) \Rightarrow 1<f(x)$

$\Rightarrow R_f=[0,1)\cup(1,+\infty) \longrightarrow a+b+c=0+1+1=2$

۳) (۲)

الف) $f(x)=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}} \xrightarrow[\Leftarrow \text{ مثبت بوده}]{\sqrt{\ } \text{ زیر } x+\frac{1}{x} \text{ نقش}} \begin{cases} R_{x+\frac{1}{x}}=[2,+\infty)\\ 2\sqrt{[2,+\infty)}=[2\sqrt{2},+\infty)\end{cases}$

$\Rightarrow R_f=[2+2\sqrt{2},+\infty)$

ب) $y=(2-\sin x)(1+\sin x)=-\sin^2 x+2\sin x+3 \Rightarrow \begin{cases}\sin x=1 \rightarrow -1+2+3=4\\ \sin x=-1 \rightarrow -1-2+3=0\\ \sin x=-\frac{b}{2a}=\frac{-2}{-2}=1 \rightarrow -1+2+3=4\\ R=[0,4]\end{cases}$

۴) (۲)

$f(x)=-\frac{x}{3}+10$, $D_f=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \xrightarrow{f \text{ جایگذاری در}} R_f=\left\{\frac{29}{3},\frac{28}{3},\frac{27}{3},\frac{26}{3},\frac{25}{3},\frac{24}{3},\frac{23}{3},\frac{22}{3},\frac{21}{3}\right\}$

$\Rightarrow$ مجموع $=\frac{29+28+\cdots+21}{3}=\frac{225}{3}=75$

۵) (۲)

$f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $D_f=[2,+\infty)$. $f(3)=1$, $R_g=?$ ($g(x)=\sqrt{bx^2+ax-c}$)

دامنه f در صورتی به حالت مذکور خواهد بود که زیر $\sqrt{\ }$ یک خطی باشد $\Leftarrow a=0$

$bx+c\geq 0 \rightarrow x\geq\frac{-c}{b}$ $\xrightarrow{D_f: x\geq 2}$ $\frac{-c}{b}=2 \Rightarrow +c=-2b \Rightarrow f(x)=\sqrt{bx-2b}$

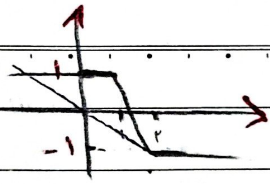
$\xrightarrow{(3,1)} 1=\sqrt{3b-2b} \Rightarrow b=1, c=-2 \Rightarrow g(x)=\sqrt{x^2+2} \Rightarrow R_g=[\sqrt{2},+\infty)$

[redacted]

No
Date

۶ — ۲

$y=|x-2|-|x-1|=kx$



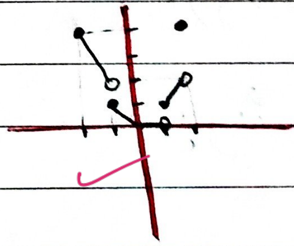
باید $(2,-1)$ در $y=kx$ صدق کند $\Rightarrow$

$\Rightarrow -1=2k \Rightarrow k=-\frac{1}{2}$

۷ — ۱٫۵

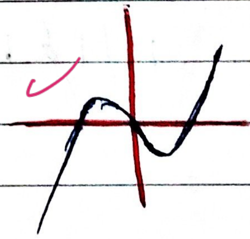
الف) $y=x[x]$ $\quad D_f:[-2,2] \Rightarrow \begin{cases} -2x & -2\leq x<-1 \\ -x & -1\leq x<0 \\ 0 & 0\leq x<1 \\ x & 1\leq x<2 \\ 4 & x=2 \end{cases}$

$R_f:[0,4]-\{2\}$



ب) $y=x|x|-x$ $\quad D:[-2,2] \Rightarrow$ $\frac{0}{-(x^2+x)}\;\; x^2-x$

$R_f=[-2,2]$



۸ — ۲

$y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2+x}$, $R=\mathbb{R}-\{a,b\}$. $a+b=?$

$D=\mathbb{R}-\{0,-1\}$ و $y=\frac{2x+2}{x^2+x}=\frac{2(x+1)}{x(x+1)} \Rightarrow \begin{cases} y\neq-2 \leftarrow \text{چون } x=-1 \text{ از دامنه حذف شد} \\ y\neq 0 \leftarrow \text{چون } y=\frac{2}{x} \text{ هیچ‌وقت صفر نمیشه} \end{cases}$

$\Rightarrow a+b=-2+0=-2$

دقت کن!

۹ — ۱٫۵

$f(x)=\frac{x-4\sqrt{x}+3}{x-2\sqrt{x}+1}=\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-\cancel{4}\,3)}{(\sqrt{x}-1)^2}=\frac{\sqrt{x}-\cancel{4}\,3}{\sqrt{x}-1} \Rightarrow$ در بازه $\begin{cases} x=0 \to f(x)=\cancel{4}\,3 \\ x=+\infty \to f(x)=1 \end{cases}$

عددی از دامنه کاسته نمیشه چون مخرج ریشه مضاعف داشته. پس فقط عدد ۱ نسبت به ساده کردن رو حساب می‌کنیم.

$\xrightarrow[\text{مخرج می‌تواند صفر شود؟}]{} (-\infty,1)\cup[\cancel{4}\,3,+\infty)$

۱۰ — ۲

$f(x)=\frac{x^3+2x^2-x-2}{(x-1)(x+1)}=\frac{x(x^2-1)+2(x^2-1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{(x+1)(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+1)}$

$\xrightarrow[\text{حذف}]{\{-1,1\}\text{ از دامنه}} f(x)=x+2 \begin{cases} x\neq1 \to y\neq3 \\ x\neq-1 \to y\neq1 \end{cases} \Rightarrow R_f=\mathbb{R}-\{3,1\}$