No
Date

نازلی قنبری — تکلیف ۴ — ~~IIII~~ $a-[a]=t$ — ۱۴۰۴/۶/۱۰

① الف) $y=(x-۲[\frac{x}{۲}])^۲ \Rightarrow y=\left(۲\left(\frac{x}{۲}-[\frac{x}{۲}]\right)\right)^۲ \Rightarrow y=۴t^۲ \xrightarrow{t\in[۰,۱)} y\in[۰,۴)$

ب) $\sin x+\log y-۴=۰ \Rightarrow \log_{۱۰} y=۴+\sin x \to y=۱۰^{۴+\sin x} \Rightarrow \begin{cases}\sin x=۱\to y=۱۰^۵\\ \sin x=-۱\to y=۱۰^۳\\ R=[۱۰^۳,۱۰^۵]\end{cases}$

② $f(x)=\sqrt{\frac{x^۲-۴}{x^۲-۹}}$, $R=[a,b]\cup(c,+\infty) \Rightarrow D_f:$ $\begin{array}{ccccccccc} & -۳ & & -۲ & & ۲ & & ۳ & \\ + & & - & & + & & - & & + \end{array}$

$=(-\infty,-۳)\cup[-۲,۲]\cup(۳,+\infty) \to$ بررسی تابع در هر بازه: $\text{if } -۲\leq x\leq ۲ \Rightarrow ۰\leq f(x)<۱$

$\text{if } x\in(-\infty,-۳) \Rightarrow ۱<f(x)$, $\text{if } x\in(۳,+\infty) \Rightarrow ۱<f(x)$

$\Rightarrow R_f=[۰,۱)\cup(۱,+\infty) \to a+b+c=۰+۱+۱=۲$

③ الف) $f(x)=x+\frac{۱}{x}+۲\sqrt{x+\frac{۱}{x}} \xrightarrow[\text{عبارت + بوده} \Leftarrow]{\sqrt{\ } \text{ زیر } x+\frac{1}{x} \text{ نقش}} \begin{cases} R_{x+\frac{۱}{x}}=[۲,+\infty)\\ ۲\sqrt{[۲,+\infty)}=[۲\sqrt{۲},+\infty)\end{cases}$

$\Rightarrow R_f=[۲+۲\sqrt{۲},+\infty)$

ب) $y=(۲-\sin x)(۱+\sin x)=-\sin^۲x+۲\sin x+۳ \Rightarrow \begin{cases}\sin x=۱\to -۱+۲+۳=۴\\ \sin x=-۱\to -۱-۲+۳=۰\\ \sin x=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۲}{-۲}=۱\to -۱+۲+۳=۴\\ R=[۰,۴]\end{cases}$

④ $f(x)=-\frac{x}{۳}+۱۰$, $D_f=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹\} \xrightarrow{f \text{ جایگذاری در}} R_f=\left\{\frac{۲۹}{۳},\frac{۲۸}{۳},\frac{۲۷}{۳},\frac{۲۶}{۳},\frac{۲۵}{۳},\frac{۲۴}{۳},\frac{۲۳}{۳},\frac{۲۲}{۳},\frac{۲۱}{۳}\right\}$

$\Rightarrow$ مجموع $=\frac{۲۹+۲۸+\dots+۲۱}{۳}=\frac{۲۲۵}{۳}=۷۵$

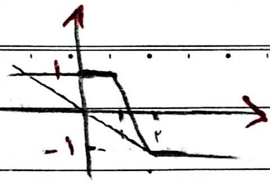
⑤ $f(x)=\sqrt{ax^۲+bx+c}$, $D_f=[۲,+\infty)$. $f(۳)=۱$, $R_g=?$ $(g(x)=\sqrt{bx^۲+ax-۴c})$

دامنه f در صورتی به حالت مذکور خواهد بود که زیر $\sqrt{\ }$ یک خطی باشد $\Leftarrow a=۰$

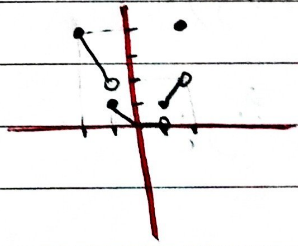
$bx+c\geq ۰ \to x\geq\frac{-c}{b} \xrightarrow{D_f:\, x\geq ۲} \frac{-c}{b}=۲ \Rightarrow +c=-۲b \Rightarrow f(x)=\sqrt{bx-۲b}$

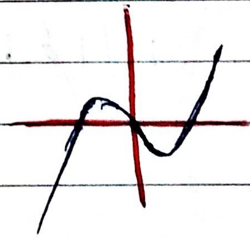
$\xrightarrow{(۳,۱)} ۱=\sqrt{۳b-۲b} \Rightarrow b=۱, c=-۲ \Rightarrow g(x)=\sqrt{x^۲+۴} \Rightarrow R_g=[۲,+\infty)$

CORONA 32 Lines, 8mm

(۶) $y=|x-2|-|x-1|=kx$  $\Rightarrow$ باید $\left(1,\ 2\right)$ در $y=kx$ صدق کند

$\Rightarrow -1=2k \Rightarrow k=-\frac{1}{2}$

(۷) الف) $y=x[x]\quad D_f:[-2,2] \Rightarrow \begin{cases} -2x & -2\leq x<-1 \\ -x & -1\leq x<0 \\ 0 & 0\leq x<1 \\ x & 1\leq x<2 \\ 4 & x=2 \end{cases}$ 

ب) $y=x|x|-x\quad D:[-2,2] \Rightarrow \begin{array}{c|c} & 0 \\ \hline -(x^2+x) & x^2-x \end{array}$ 

(۸) $y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2+x}\ ,\ R=\mathbb{R}-\{a,b\}\ .\ a+b=?$

$D=\mathbb{R}-\{0,-1\}\ ,\ y=\frac{2x+2}{x^2+x}=\frac{2(x+1)}{x(x+1)} \Rightarrow y\neq 0 \leftarrow$ چون $y=\frac{2}{x}$ هیچ‌وقت صفر نمیشه

$y\neq -2 \leftarrow$ چون $x=-1$ از دامنه حذف شد

$\Rightarrow a+b=-2+0=-2$

(۹) $f(x)=\frac{x-4\sqrt{x}+3}{x-2\sqrt{x}+1}=\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}-1)^2}=\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1} \xrightarrow{\text{در بازه}} \begin{cases} x=0 \rightarrow f(x)=4] \\ x=+\infty \rightarrow f(x)=1) \end{cases}$

عددی از دامنه کاسته نشده چون مخرج ریشه مضاعف داشته. پس فقط برد نسبت به ساده کردن رو محاسبه می‌کنیم.

$\xrightarrow[\text{مخرج می‌تواند صفر شود}]{} (-\infty,1)\cup[4,+\infty)$

(۱۰) $f(x)=\frac{x^3+2x^2-x-2}{(x-1)(x+1)}=\frac{x(x^2-1)+2(x^2-1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{(x+1)(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+1)}$

$\xrightarrow[\text{حذف}]{\{-1,1\}\text{ از دامنه}} f(x)=x+2\ \begin{cases} x\neq 1 \rightarrow y\neq 3 \\ x\neq -1 \rightarrow y\neq 1 \end{cases} \Rightarrow R_f=\mathbb{R}-\{3,1\}$