دوازدهم دختر جمعه ۱۵ تکلیف شماره ۴ مهرنیا ریاضی

---

۱ ②

$y=(x-۲[\frac{x}{۲}])^۲ \to (۲(\frac{x}{۲}-[\frac{x}{۲}]))^۲ \to R=[۰,۴)$ ✓

$۰ \leq \square - [\square] < ۱ \quad ۰ \leq ۲(\square - [\square]) < ۲$

$-\sin x + \log y - ۴ = ۰ \quad \log y = \sin x + ۴$

$y = ۱۰^{\sin x + ۴}$ $\xrightarrow{\sin x = -۱} y = ۱۰^۳$; $\xrightarrow{\sin x = ۱} y = ۱۰^۵$ $\quad R=[۱۰^۳, ۱۰^۵]$ ✓

---

۲ (۱/۵)

$f(x) = \sqrt{\frac{x^۲-۴}{x^۲-۹}} \quad y^۲ = \frac{x^۲-۴}{x^۲-۹} = \frac{x^۲-۹+۵}{x^۲-۹} = ۱ + \frac{۵}{x^۲-۹}$

$x^۲ = \frac{۵}{y^۲-۱} + ۹ \quad x = \sqrt{\frac{۹y^۲-۴}{y^۲-۱}} = \sqrt{\frac{(۳y-۲)(۳y+۲)}{(y-۱)(y+۱)}}$

$\begin{array}{ccccccccc} & -۱ & & -\frac{۲}{۳} & & \frac{۲}{۳} & & ۱ & \\ + & & - & & + & & - & & + \end{array}$

عبارت زیر رادیکال منفی می‌شود

$[\cancel{-\frac{۲}{۳}}, \frac{۲}{۳}] \cup (۱, +\infty) \quad a+b+c = \cancel{۱} \; \frac{۵}{۳}$

---

۳ (۱/۲۵)

$f(x) = x + \frac{۱}{x} + ۲\sqrt{x+\frac{۱}{x}} + ۱ - ۱ = (\sqrt{x+\frac{۱}{x}} + ۱)^۲ - ۱ \quad R$

$y = (\sqrt{x+\frac{۱}{x}} + ۲)(\sqrt{x+\frac{۱}{x}}) \quad y = t^۲ + ۲t \quad y = \sqrt{t+۱} - ۱$

$t = \sqrt{x+\frac{۱}{x}} \quad t = y^۲ + ۲y \quad t+۱ = (y+۱)^۲$

$y = (۳ - \sin x)(۱ + \sin x) = -\sin^۲ x + ۲\sin x + ۳$

$\xrightarrow{\sin x = -۱} -۱ - ۲ + ۳ = ۰$

$\xrightarrow{\sin x = ۱} -۱ + ۲ + ۳ = ۴ \quad R = [۰, ۴]$

$\frac{-b}{۲a} \longrightarrow \frac{-۲}{-۲} = ۱ \; \propto$ [illegible] ✓

قسمت الف)

$\sqrt{x+\frac{۱}{x}} = \square \quad a\square^۲ + b\square + c \to f_{max} \to \infty) = \infty$

$f_{min} \to ۱ \to ۲+۲\sqrt{۲}$

$R_f = [۲ + ۲\sqrt{۲}, +\infty)$

۴

$f(x)=\frac{-1}{۴}x+۱۰$ $D_f=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹\}$

①

مجموع اعضای برد را می‌خواهد

$R_f=\{\frac{۳۹}{۴},\frac{۳۸}{۴},۹,\frac{۳۶}{۴},\dots,۷\}$ $S_۸=\frac{۹}{۲}(\frac{۲۱}{۴}+\frac{۲۹}{۴})=\underline{۷۵}$

۵

②

$f(x)=\sqrt{ax^۲+bx+c}$ $f(۳)=۱$ $g(x)=\sqrt{bx^۲+ax-۲c}$

$a=۰$ $bx+c \xrightarrow{x=۳}$ $۳b+c=۱$ $\boxed{b=۱}$ $c=-۲$

$\xrightarrow{x=۲}$ $۲b+c=۰$

$\overset{۲}{-\,|\,+}$

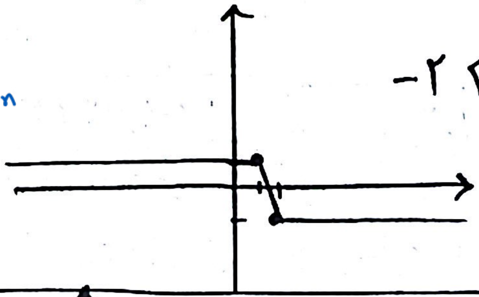
$y=\sqrt{x^۲+۴}$ $\boxed{R=[۲,+\infty)}$ ✓ $g(x)=\sqrt{x^۲+۴}$

۶

$|x-۲|-|x-۱|=kx$

kx باید از نقطه‌ی (+۲،-۱) عبور کند

$\boxed{k=-\frac{۱}{۲}}$



$-۲<k<۰$

۱٫۵

۷

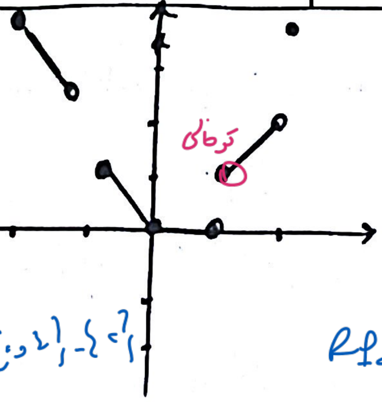
$y=x[x]$

$-۲\leq x<-۱ \to -۲x$

$-۱\leq x<۰ \to -x$

$۰\leq x<۱ \to ۰$

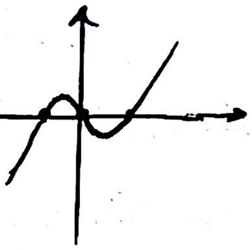
$۱\leq x<۲ \to x$



$R_f=[۰,۴]-\{۲\}$

$y=x|x|-x$

$\begin{cases} x^۲-x & x\geq ۰ \\ -x^۲-x & x<۰ \end{cases}$



$R_f=[-۲,۲]$

۱٫۵

۸

$y=\frac{۱}{x}+\frac{۱}{x+۱}+\frac{۱}{x^۲+x}$ $\mathbb{R}-\{a,b\}$ $a+b=-۱$

$\frac{x+۱+x+۱}{x(x+۱)}=\frac{۲(x+۱)}{x(x+۱)}=\frac{۲}{x}$ $R_f=\mathbb{R}-\{۰,-۱\}$

۱٫۷۵

$x=-۱ \to y=-۲$

$R_f=\mathbb{R}-\{۰,-۲\}$

$\frac{a\square+b}{c\square+d}$ $\rightarrow$ $\square=\infty \rightarrow 1$; $\square=0 \rightarrow ۳$ $\rightarrow$ مخرج صفر شد $\rightarrow$ $R_f=(-\infty,+1)\cup[۳,+\infty)$

۹ (۱٫۵)

$$f(x)=\frac{x-۴\sqrt{x}+۳}{x-۲\sqrt{x}+1}=\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-۳)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)}=\frac{(\sqrt{x}-۳)}{(\sqrt{x}-1)}$$

$$y=\frac{\sqrt{x}-۳}{\sqrt{x}-1} \qquad \sqrt{x}=\frac{-y+۳}{-y+1} \longrightarrow \sqrt{y}=\frac{-x+۳}{-x+1}=\frac{۳-x}{1-x}$$

$$\frac{۳-x}{1-x}\geq 0 \qquad \begin{array}{ccccc} & 1 & & ۳ & \\ \hline - & ن & + & \bullet & - \end{array} \qquad D_{f^{-1}}=R_f=(1,۳]$$

---

۱۰ (۱)

$$f(x)=\frac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{(x-1)(x+1)}=\frac{x^۲(x-1)+۲(x^۲-1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{(x-1)(x^۲+۲x+۲)}{(x-1)(x+1)}$$

$$f(x)=\frac{x^۲+۲x+۲}{x+1}=\frac{(x+1)^۲+1}{(x+1)}=x+1+\frac{1}{x+1}$$

$$R_f=\mathbb{R}-\{-1,\frac{۵}{۲}\} \qquad -1+\frac{۵}{۲}=\boxed{\frac{۳}{۲}}$$

$$f(x)=\frac{\cancel{(x-1)}(x+۲)\cancel{(x+1)}}{\cancel{x^۲-1}}=x+۲$$

$f(1)=۳$ ، $f(-1)=1$ $\quad 1+۳=۴$