پارمیس نجارزاده ، دوازدهم دختر B تکلیف شماره ۴

۱) الف عبارت ضرب و تقسیم در ۲ ← $y=\left(۲\left(\underbrace{\frac{x}{۲}-\left[\frac{x}{۲}\right]}\right)\right)^{۲}$

$[۰,۱)\times ۲=[۰,۲)\xrightarrow{\text{توان ۲}}[۰,۴)=R_f$

ب) $\log^{y}=\sin x+۴$

$\overset{\downarrow}{[-۱,۱]}+۴\to[۳,۵]$ $\log_{۱۰}^{y}=[۳,۵]$

$y=[۱۰^{۳},۱۰^{۵}]\Rightarrow R_f=[۱۰^{۳},۱۰^{۵}]$

۲) $y=\frac{x^{۲}-۴}{x^{۲}-۹}$ $x^{۲}=[۰,+\infty)$ $\begin{cases}x^{۲}=۰\to y=\frac{۴}{۹}\\ x^{۲}=+\infty\to y=۱\end{cases}$

مخرج کسر صفر می شود → $R_f=(-\infty,\frac{۴}{۹}]\cup(۱,+\infty)$

$y=\sqrt{\frac{x^{۲}-۴}{x^{۲}-۹}}\to R_f=[\underset{a}{۰},\underset{b}{\frac{۲}{۳}}]\cup(\underset{c}{۱},+\infty)$

$a+b+c=۰+\frac{۲}{۳}+۱=\frac{۵}{۳}$

۳) الف $\sqrt{\frac{x^{۲}+۱}{x}}\to x>۰\Rightarrow x+\frac{۱}{x}=[۲,+\infty)$

$y=\left(\sqrt{x+\frac{۱}{x}}+۱\right)^{۲}-۱\Rightarrow\min=(\sqrt{۲}+۱)^{۲}-۱=۲+۲\sqrt{۲}$

$R_f=[۲+۲\sqrt{۲},+\infty)$

ب $y=-\sin^{۲}x+۲\sin x+۳$ $\begin{cases}\sin x=۱\to y=۴\\ \sin x=-۱\to y=۰\\ \frac{-b}{۲a}=۱\to y=۴\end{cases}$

$R_f=[۰,۴]$

۴) $D_f = \{x \in N \mid x \leq ۹\}$ $f(x) = ۱۰ - \frac{x}{۳}$

$R_f = \{ \frac{۲۹}{۳} ، \frac{۲۸}{۳} ، \frac{۲۷}{۳} ، \frac{۲۶}{۳} ، \frac{۲۵}{۳} ، \frac{۲۴}{۳} ، \frac{۲۳}{۳} ، \frac{۲۲}{۳} ، ۷ \}$

$$\text{مجموع} = \frac{\frac{(۲۱ + ۲۹) \times ۹}{۲}}{۳} = ۷۵$$

---

۵) معادله خطی $\rightarrow$ $D_f = [۲ ، +\infty)$ $\sqrt{ax^۲ + bx + c}$

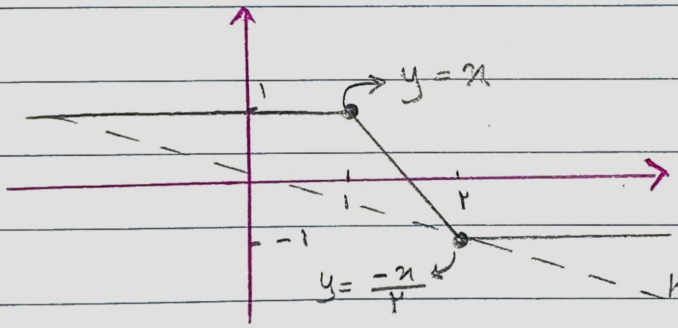
$\Rightarrow a = ۰$ $f(۲) = ۰ \rightarrow ۲b + c = ۰$ ، $f(۳) = ۱ \rightarrow ۳b + c = ۱$ $\Big\}$ $b = ۱$ ، $c = -۲$

$g(x) = \sqrt{x^۲ + ۴}$ $\min = (۰ ، ۴) \Rightarrow R_f = [۲ ، +\infty)$

---

۶) $|x-۲| - |x-۱| = kx$

kx خطی با شیب منفی که بر یکی از نقاط شکست مماس شده باشد



$kx = -\frac{x}{۲} \Rightarrow k = -\frac{۱}{۲}$

---

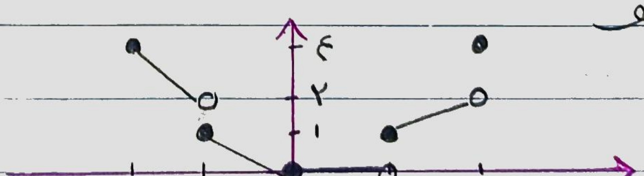
۷) الف)

$[-۲ ، -۱) \rightarrow y = -۲x$

$[-۱ ، ۰) \rightarrow y = -x$

$[۰ ، ۱) \rightarrow y = ۰$

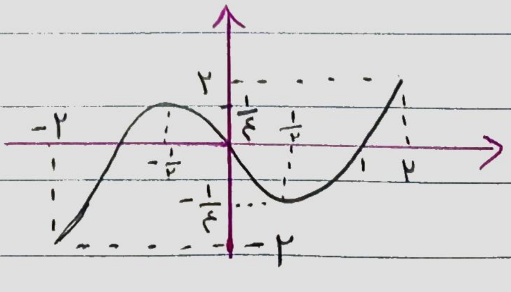
$[۱ ، ۲) \rightarrow y = x$



$R_f = [۰ ، ۴] - \{۲\}$

ب)

$$\begin{cases} x > ۰ \rightarrow x^۲ - x \\ x < ۰ \rightarrow -x^۲ - x \end{cases}$$



$R_f = [-۲ ، ۲]$

$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^۲+x} = \frac{۲(x+1)}{x(x+1)}$ (۸

$\Rightarrow y = \frac{۲}{x} \quad (x \neq ۰, -1)$

$x \neq -1 \Rightarrow y \neq \frac{۲}{-1} = -۲$ و $y \neq ۰$ y هرگز صفر نمی شود ✓

$\Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{۰, -۲\} \qquad a + b = ۰ + (-۲) = -۲$

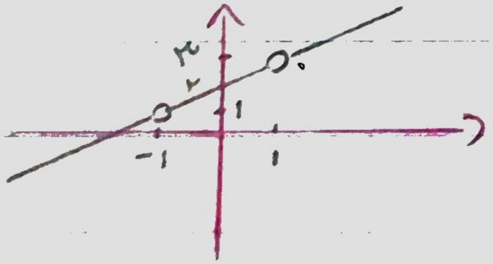
$y = \frac{x - ۴\sqrt{x} + ۳}{x - ۲\sqrt{x} + 1} = \frac{(\sqrt{x} - ۳)(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)^۲}$ (۹

$\Rightarrow y = \frac{(\sqrt{x} - ۳)}{\sqrt{x} - 1} \quad \sqrt{x} \neq 1, x \geq ۰$

$\sqrt{x} - ۳ = y\sqrt{x} - y \rightarrow \sqrt{x}(1 - y) = ۳ - y \quad \sqrt{x} = \frac{۳ - y}{1 - y}$

$\sqrt{x} \rightarrow \sqrt{x} \geq ۰ \quad \frac{۳ - y}{1 - y} \geq ۰ \quad \begin{array}{ccccc} & 1 & & ۳ & \\ \hline + & \circ & - & \bullet & + \end{array} \Rightarrow R_f = (-\infty, 1) \cup [۳, +\infty)$

$y = \frac{(x-1)(x+1)(x+۲)}{(x-1)(x+1)} = x + ۲ \quad x \neq \pm 1$ (۱۰



$R_f = \mathbb{R} - \{1, ۳\}$