

الف) $y = \left(n - r \left[\frac{n}{r} \right] \right)^r \quad 0 \leq n - \left[n \right] < 1$

$\rightarrow y = \left[r \left(\frac{n}{r} - \left[\frac{n}{r} \right] \right) \right]^r \rightarrow 0 \leq \frac{n}{r} - \left[\frac{n}{r} \right] < 1 \rightarrow 0 \leq r \left(\frac{n}{r} - \left[\frac{n}{r} \right] \right) < r$

$\xrightarrow{(\cdot)^r} R_f = [0, r)$

ب) $-\sin n + \log y - r = 0 \rightarrow \log y = \sin n + r \rightarrow y = 10^{\sin n + r}$

$-1 \leq \sin n \leq 1 \rightarrow r \leq \sin n + r \leq r+1 \rightarrow R_f = [10^r, 10^{r+1}]$

$f(x) = \sqrt{\frac{x^r - r}{x^r - 9}} \quad R_f: [a, b] \cup (c, +\infty)$

$y = \frac{x^r - r}{x^r - 9} \rightarrow yx^r - 9y = x^r - r \rightarrow yx^r - x^r = 9y - r \rightarrow x^r(y-1) = 9y - r$

$x^r = \frac{9y - r}{y-1} \rightarrow x = \pm \sqrt[r]{\frac{9y - r}{y-1}}$

$\frac{9y-r}{y-1} \geq 0$

$\sqrt{(-\infty, \frac{r}{9}] \cup (1, +\infty)} = [0, \frac{r}{r}] \cup (1, +\infty) \rightarrow \left. \begin{matrix} a=0 \\ b=\frac{r}{r} \\ c=1 \end{matrix} \right\} a+b+c = \frac{5}{r}$

الف) $f(x) = x + \frac{1}{x} + r\sqrt{x + \frac{1}{x}}$

$x + \frac{1}{x} \rightarrow [2, +\infty)$

$\rightarrow 2 + 2\sqrt{2} \rightarrow \min$

$R_f = [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$

$y = x + \frac{1}{x} \rightarrow R_f: (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

$\leftarrow$ چون عبارت $\sqrt{x + \frac{1}{x}}$ هم داریم پس باید

$x + \frac{1}{x}$ نمی تواند $(-\infty, -2]$ باشد.

پس تنها $[2, +\infty)$ قابل قبول است ✓

$y = (r - \sin n)(1 + \sin n) \rightarrow y = -\sin^2 n + r \sin n + r$

$\sin n = 1 \rightarrow -(1)^2 + r(1) + r = r$

$\sin n = -1 \rightarrow -(-1)^2 + r(-1) + r = 0$

$R_f = [0, r)$

$\sin n = \frac{-b}{ra} = \frac{-r}{-r} = 1 \rightarrow r$

$$f(n) = \frac{1}{n} + 10 \rightarrow D_f = \{1, 2, 3, 4, \dots, 9\}$$

$$n=1 \rightarrow 10 - \frac{1}{1} = \frac{29}{1}$$

$$n=2 \rightarrow 10 - \frac{2}{2} = \frac{28}{2}$$

⋮

$$n=9 \rightarrow 10 - \frac{9}{9} = \frac{21}{1}$$

$$\text{مجموع اعداد} = \frac{\left(\frac{21}{1} + \frac{29}{1}\right) \times 9}{2} = \frac{50 \times 9}{2} = 225$$

$$f(n) = \sqrt{an^2 + bn + c}$$

$$D_f = [2, +\infty)$$

$$f(3) = 1$$

جواب: معادله درجه ۲ یا بین دور شده است و یا خارج دور شده و یا توی
به آنکه دامنه فقط یک باشد پس عبارت زیر را در نظر
درجه ۱ بوده و ضرب n^2 صفر است.
 $a=0$
 $n \geq 2$

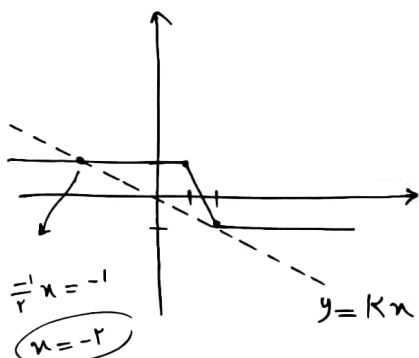
$$bn + c \geq 0 \rightarrow bn \geq -c \rightarrow n \geq \frac{-c}{b} \rightarrow \frac{-c}{b} = 2 \rightarrow \boxed{c = -2b}$$

$$f(3) = 1 \rightarrow 3b + c = 1 \rightarrow 3b - 2b = 1 \rightarrow \boxed{b = 1} \quad \boxed{c = -2}$$

$$g(x) = \sqrt{bx^2 + ax - 2c} \rightarrow g(x) = \sqrt{x^2 + 4} \quad \begin{matrix} \text{کمترین مقدار عبارت} \\ \text{در آنجا که } x^2 = 0 \end{matrix} \quad R_g = [2, +\infty)$$

$$|x-2| - |x-1| = Kx$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$



تنها در این صورت معادله دو جواب خواهد داشت که
خط $y = Kx$ از مبدأ و نقطه $(1, -1)$ بگذرد.

$$y = Kx \rightarrow -1 = 2K \rightarrow \boxed{K = -\frac{1}{2}}$$

$$y = n[n]$$

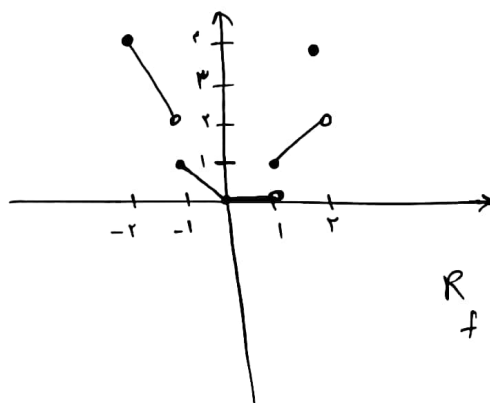
$$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 0$$

$$1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = x$$

$$x = 2 \rightarrow [x] = 2 \rightarrow y = 2$$

$$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = -x$$

$$-2 \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow y = -2x$$



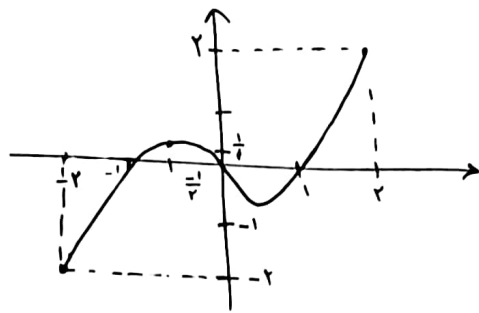
۷ - نمودار درجه ۲ $[-2, 2]$

$$R_f = [0, 2] - \{2\}$$

ب) $y = x|x| - x$

$0 \leq x \leq 2 \rightarrow y = x^2 - x$

$-2 \leq x \leq 0 \rightarrow y = -x^2 - x$

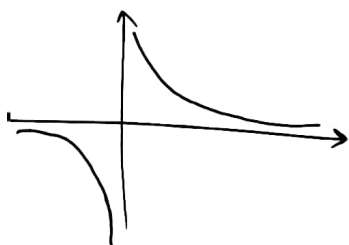


$R_f \rightarrow [-2, 2]$

$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} = \frac{x+1+x+1}{x^2+x} = \frac{2x+2}{x^2+x}$

$y = \frac{2x+2}{x^2+x} = \frac{2(x+1)}{x(x+1)} \xrightarrow{x \neq -1} y = \frac{2}{x} = \frac{2}{-1} = -2$

$y \neq -2$



$R_f \rightarrow R - \{0, -2\}$

$a+b = 0 + (-2) = -2$ جواب

$f(x) = \frac{x - \sqrt{x} + 3}{x - 2\sqrt{x} + 1} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)^2} \xrightarrow{x \neq 1} \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$

$y = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} \rightarrow y\sqrt{x} - y = \sqrt{x} - 3 \rightarrow y\sqrt{x} - \sqrt{x} = y - 3 \rightarrow$

$\sqrt{x}(y-1) = y-3 \rightarrow \sqrt{x} = \frac{y-3}{y-1} \rightarrow \frac{y-3}{y-1} \geq 0$

Sign chart: $\frac{y-3}{y-1}$ has a sign change at $y=1$ and $y=3$. The expression is non-negative for $y < 1$ and $y > 3$.

$R_f \rightarrow (-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$

۱۰- چون مجموع ضرایب توان‌ها بر $x+1$ بخش پذیر است:

$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1}$

$f(x) = \frac{(x+1)(x^2+x-2)}{x^2-1} = \frac{(x+1)(x+2)(x-1)}{(x+1)(x-1)} \xrightarrow{x \neq -1} \frac{x+2}{x-1}$

$y = x+2 \rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow y=3 \\ x=-1 \rightarrow y=1 \end{cases}$ این دو عدد در برد تابع قرار ندارند

جواب $1 + 3 = 4$