

۱۹,۵ آزمون!

الف) $y = (x - 2[\frac{x}{3}])^2 = (2[\frac{x}{3} - \frac{x}{3}])^2 \Rightarrow R_f: [0, 4)$ ✓

ب) $-\sin x + \log y - 4 = 0 \Rightarrow \sin x = \log y - 4 \xrightarrow{-1 \leq \sin x \leq 1} -1 \leq \log y - 4 \leq 1 \Rightarrow 3 \leq \log y \leq 5 \Rightarrow 10^3 \leq y \leq 10^5$
 $y > 0$ (برقرار است) $\Rightarrow R_f: [10^3, 10^5]$ ✓

$f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \xrightarrow{\text{در صورتی که } x > 3} (-\frac{x-2}{x-3}) \cup (1, +\infty) \xrightarrow{\text{حالت فضا گیری}} [\frac{2}{3}, \frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)$ ✓
 $\Rightarrow a+b+c = \frac{5}{3}$ ✓

الف) $f(x) = x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x + \frac{1}{x}} \xrightarrow{\sqrt{x + \frac{1}{x}} = t} t^2 + 2t = 0$
 $\frac{t}{x} = -1 \Rightarrow t = -x \Rightarrow \min t = 2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow R_f: [1, +\infty)$
 $\sqrt{x + \frac{1}{x}} < 0 \rightarrow \min \square \rightarrow f(x) < 2 + 2\sqrt{2} \rightarrow R_f = [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$
 ب) $y = (3 - \sin x)(1 + \sin x) = -\sin^2 x + 2\sin x + 3$
 $\begin{cases} \min -1 \rightarrow 0 \\ \max 1 \rightarrow 4 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \rightarrow 4 \end{cases} \Rightarrow R_f: [0, 4]$ ✓

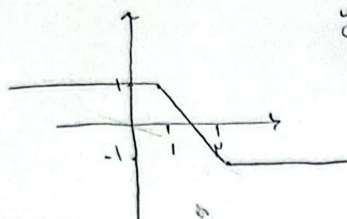
$f(n) = -\frac{1}{n} \cdot n, D_f = \{x \mid 1 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}\} \rightarrow R_f = \{y \mid \forall x, y \leq \frac{9}{x}, y \in \frac{x}{n}, n \in \mathbb{N}\}$
 $y = \{1, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{9}\} \xrightarrow{\text{ضرب در 9}} S_n = \frac{9}{x} (1 + \frac{9}{x}) = \frac{9}{x} \cdot \frac{x^2+9}{x} = \frac{9(x^2+9)}{x^2} = \frac{9x^2+81}{x^2} = \frac{9x^2}{x^2} + \frac{81}{x^2} = 9 + \frac{81}{x^2}$ ✓

از آنجایی که $a=0$ است پس b و c باید به هم وابسته باشند
 $f(x) = \sqrt{bx+c} = 1 \Rightarrow bx+c=1 \Rightarrow bx+c=1 \Rightarrow \frac{b}{b} = \frac{1-c}{b} \Rightarrow \frac{c}{b} = 1 \Rightarrow c = b$ ✓
 $\rightarrow bx+c=0 \Rightarrow x = -\frac{c}{b} \Rightarrow -\frac{c}{b} = 2 \Rightarrow c = -2b$
 $g(x) = \sqrt{x^2+4}$
 $x_{\min} = -\frac{b}{2a} = 0 \Rightarrow y_{\min} = 2 \Rightarrow [2, +\infty) \xrightarrow{\text{ضرب}} R_g: [2, +\infty)$ ✓

$$|x-2| - |x-1| = Kx$$

$$(2, -1) \Rightarrow K = \frac{-1}{1} = -1$$

$$(0, 0)$$



به طرز مشخصی توابع متوجه شدم اگر $K \neq 0$ تنها یک فرض خواهد شد آن هم با $2x+3$ است
 دایره $K \neq 0$ با اینکه تنها در صورتی که از نقطه $(1, -1)$ نیز از دو نیمه اول و دوم عبور می کند
 با اندازه شیب کمتر آن ۳ باشد و با اندازه بیشتر یک فرض خواهد داشت.

الف) $y = x[n]$

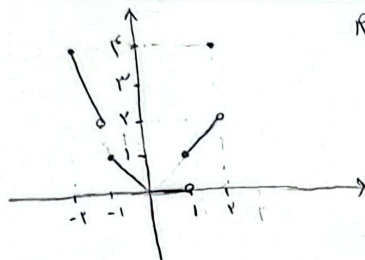
$$-2 \leq x < -1 \rightarrow x - 2 = -2x$$

$$-1 \leq x < 0 \rightarrow x - 1 = -x$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow x - 0 = 0$$

$$1 \leq x < 2 \rightarrow x - 1 = x$$

$$x = 2 \rightarrow 2$$

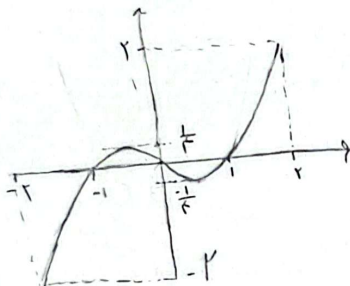


$$R_f: [0, 2] - \{2\}$$

ب) $x|x| - x$

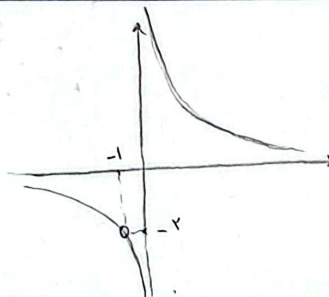
$$x \geq 0 \rightarrow x^2 - x = x(x-1)$$

$$x < 0 \rightarrow -x^2 - x = -x(x+1)$$



$$R_f: [-2, 2]$$

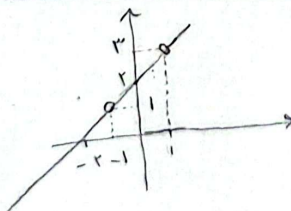
$$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} = \frac{2x+2}{x^2+x} = \frac{2}{x} \quad x \neq \{0, -1\}$$



$$R_f: \mathbb{R} - \{0, -1\} \rightarrow a+b=-2$$

$$f(x) = \frac{x - \sqrt{x+2}}{x - 2\sqrt{x+1}} = \frac{(\sqrt{x+2})^2 - 1}{(\sqrt{x+1})^2} = \frac{(\sqrt{x+2}-1)(\sqrt{x+2}+1)}{(\sqrt{x+1}-1)(\sqrt{x+1}+1)} \stackrel{x \neq 1}{=} \frac{\sqrt{x+2}-1}{\sqrt{x+1}-1} \rightarrow (-\infty, 1) \cup [2, +\infty)$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - x - 2}{x^2 - 1} = \frac{(x^2 - 1)(x+2)}{(x^2 - 1)} \stackrel{x \neq \pm 1}{=} x+2$$



$$R_f: \mathbb{R} - \{1, -1\} \rightarrow x+1=2$$