صبا و فازاده تکلیف شماره ۴ دوازدهم دخترB

۱) الف) $y = ۴\left(\frac{x}{۲} - \left[\frac{x}{۲}\right]\right)$ $۰ \leq \frac{x}{۲} - \left[\frac{x}{۲}\right] < ۱ \longrightarrow R_f = [۰\ ۴)$

ب) $-\sin x + \log y - ۴ = ۰$ $\log y = \sin x + ۴$ $-۱ \leq \sin x \leq ۱ \longrightarrow ۳ \leq \sin x + ۴ \leq ۵$

$۳ \leq \log y \leq ۵ \longrightarrow ۱۰^{۳} \leq y \leq ۱۰^{۵}$ $R_f = [۱۰^{۳}\ ۱۰^{۵}]$

۲) $f(x) = \sqrt[۳]{\frac{x^۲ - ۴}{x^۲ - ۹}}$ $x^۲ = ۰ \longrightarrow f(x) = \frac{۲}{۳}$ $x^۲ = +\infty \longrightarrow f(x) = ۱$ $f(x) \geq ۰ \longrightarrow R_f = [۰\ \frac{۲}{۳}] \cup (۱\ +\infty)$

$a + b + c = ۰ + \frac{۲}{۳} + ۱ = \frac{۵}{۳}$

۳) الف) $f(x) = x + \frac{۱}{x} + ۲\sqrt{x + \frac{۱}{x}}$ $x + \frac{۱}{x} = t$ $x > ۰ \longrightarrow t \geq ۲$

$R_f = [t + ۲\sqrt{t}\ +\infty)$ $\xrightarrow{t=۲} R_f = [۲ + ۲\sqrt{۲}\ +\infty)$ $x < ۰ \longrightarrow t \leq -۲$ غ ق ق

ب) $y = (۳ - \sin x)(۱ + \sin x)$ $y = -\sin^۲ x + ۲\sin x + ۳$

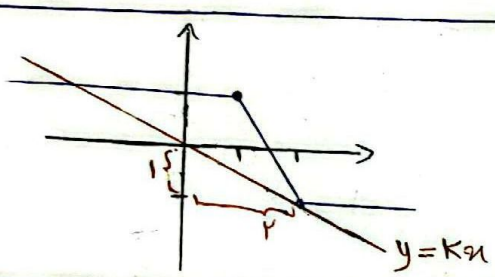
$R_f = [۰\ ۴]$

$\begin{cases} \sin x = -۱ \longrightarrow y = ۰ \\ \sin x = ۱ \longrightarrow y = ۴ \\ \sin x = -\frac{b}{۲a} = ۱ \longrightarrow y = ۴ \end{cases}$

۴) $n = ۹$ $S_n = \frac{n}{۲}(a_۱ + a_n)$ $S_۹ = \frac{۹}{۲}(-\frac{۱}{۳} + ۱۰ - \frac{۹}{۳} + ۱۰) = \frac{۹}{۲} \times \frac{۵۰}{۳} = ۷۵$

۵) $a = ۰$ یک ریشه دارد پس خط است و $ax^۲ + bx + c$ $f(۲) = ۰ \longrightarrow \sqrt{۲b + c} = ۰$ $c = -۲b$

$f(۳) = ۱ \longrightarrow \sqrt{۳b + c} = ۱ \xrightarrow{c=-۲b} b = ۱ \ ، \ c = -۲$ $g(x) = \sqrt{x^۲ + ۴}$ $R_g = [۲\ +\infty)$

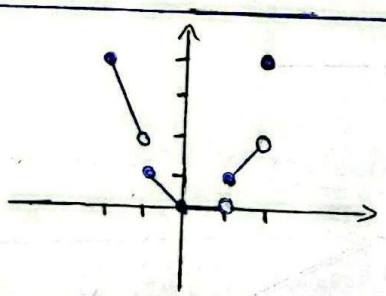
۶) 

شکل $\longrightarrow y = Kx = -\frac{۱}{۲}x$

$K = -\frac{۱}{۲}$

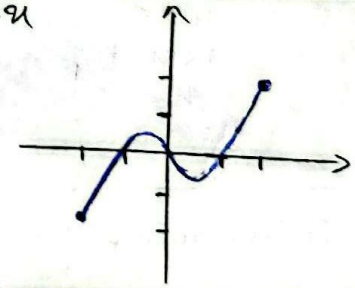
۷) الف) $y = x[x]$

$\begin{cases} -۲x & -۲ \leq x < -۱ \\ -x & -۱ \leq x < ۰ \\ ۰ & ۰ \leq x < ۱ \\ x & ۱ \leq x < ۲ \\ ۴ & x = ۲ \end{cases}$



ب) $y = x|x| - x$

$\begin{cases} -x^۲ + x & x \leq ۰ \\ x^۲ - x & x \geq ۰ \end{cases}$



۸) $y = \frac{۱}{x} + \frac{۱}{x+۱} + \frac{۱}{x^۲ + x}$ $y = \frac{۲x + ۲}{x^۲ + x} = \frac{۲(x+۱)}{x(x+۱)} = \frac{۲}{x}$ همگرافیک $\longrightarrow R = \mathbb{R} - \{۰\}$

$x \neq -۱ \ ، \ ۰$ $x = -۱ \longrightarrow \frac{۲}{x} = -۲$ $R_f = \mathbb{R} - \{۰ \ ، \ -۲\}$ $-۲ + ۰ = -۲$

۹) $f(x) = \frac{(\sqrt{x} - ۱)(\sqrt{x} - ۳)}{(\sqrt{x} - ۱)(\sqrt{x} - ۱)} = \frac{\sqrt{x} - ۳}{\sqrt{x} - ۱}$ $\sqrt{x} = ۰ \longrightarrow f(x) = ۳$ $\sqrt{x} = +\infty \longrightarrow f(x) = ۱$

$R_f = (-\infty\ ۱) \cup [۳\ +\infty)$

۱۰) $f(x) = \frac{x^۲(x+۲) - (x+۲)}{x^۲ - ۱} = \frac{(x+۲)(x^۲ - ۱)}{x^۲ - ۱} = x + ۲$ $x \neq \{-۱ \ ، \ ۱\}$ $y \neq \{۱ \ ، \ ۳\}$

$R_f = \mathbb{R} - \{۱ \ ، \ ۳\}$ $۱ + ۳ = ۴$