کیمیا میکی نیا — ۱۴٫۵ آفرین!

دوازدهم ریاضی B

۱- ۲

الف) $y = \left(x - ۲\left[\frac{x}{۲}\right]\right)^۲ = \left(۲\left(\frac{x}{۲} - \left[\frac{x}{۲}\right]\right)\right)^۲$

$= ٤\left(\frac{x}{۲} - \left[\frac{x}{۲}\right]\right)^۲$

$۰ \le O - [O] < ۱ \xrightarrow{\times ٤} R = [۰, ٤)$ ✓

ب) $-\sin x + \log y - ٤ = ۰ \longrightarrow \sin x = \log y - ٤$

$\xrightarrow{-۱ \le \sin x \le ۱} -۱ \le \log y - ٤ \le ۱ \longrightarrow ۳ \le \log y \le ۵ \longrightarrow ۱۰^۳ \le y \le ۱۰^۵$

$R = [۱۰^۳, ۱۰^۵]$ ✓

۲- ۲

$f(x) = \sqrt{\frac{x^۲ - ٤}{x^۲ - ۹}} \xrightarrow{x^۲ = ۰} y = \frac{۲}{۳}$, $\xrightarrow{x^۲ = +\infty} y = ۱$ $\Big\} \rightarrow R = [۰, \frac{۲}{۳}] \cup (۱, +\infty)$

★ چون عبارت زیر رادیکال مقدار y نمی‌تونه منفی بشه

$\rightarrow a = ۰ , b = \frac{۲}{۳} , c = ۱$

$a + b + c = \frac{۵}{۳}$ ✓

۳- ۲

الف) $= x + \frac{۱}{x} + ۲\sqrt{x + \frac{۱}{x}} = \left(\sqrt{x + \frac{۱}{x}} + ۱\right)^۲ - ۱$

(حداقل مقدار ۲)

$\rightarrow (\sqrt{۲} + ۱)^۲ - ۱ = ۲ + ۲\sqrt{۲} + ۱ - ۱ = ۲ + ۲\sqrt{۲} \longrightarrow R = [۲ + ۲\sqrt{۲}, +\infty)$

ب) $y = (۳ - \sin x)(۱ + \sin x) = -\sin^۲ x + ۲\sin x + ۳$

$\xrightarrow{\sin x = -۱} -۱ - ۲ + ۳ = ۰$

$\longrightarrow -۱ + ۲ + ۳ = ٤$

$\sin x = ۱$

$\frac{-b}{a} = ۱ \longrightarrow = ٤$

$R = [۰, ٤]$ ✓

٤- ۲

$f(x) = \frac{-۱}{۳}x + ۱۰ = \frac{۳۰ - x}{۳}$

$x = ۱ \longrightarrow f(x) = \frac{۲۹}{۳}$

$\vdots$

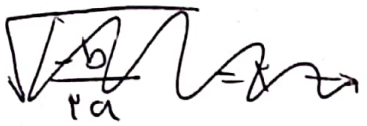
$x = ۹ \longrightarrow f(x) = \frac{۲۱}{۳}$

$\Big\} \rightarrow \frac{۲۱ + ۲۲ + ۲۳ + \dots + ۲۹}{۳} = \frac{\frac{۹ \times ۵۰}{۲}}{۳} = ۷۵$ ✓

۶) چون تابع یک ریشه دارد و علامتش عوض می‌شود پس حالات

$f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c}$

$a=0$

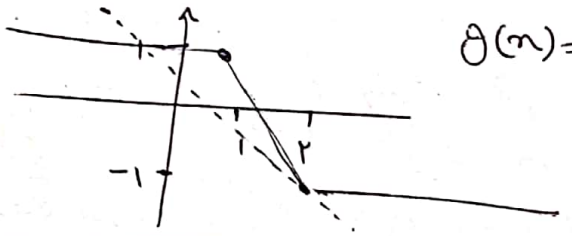


$f(x)=\sqrt{bx+c} \xrightarrow[f(2)=1]{f(1)=0} \begin{cases} b+c=0 \\ 2b+c=1 \end{cases} \rightarrow \boxed{b=1} \quad \boxed{c=-1}$

$bx^2+ax-2c = x^2+3 \qquad g(x)=\sqrt{x^2+3} \rightarrow R=[\sqrt{3},+\infty)$

$x=0 \rightarrow g(x)=\sqrt{3}=2$ ✓

۴) $|x-2|-|x-1|=kx$



$g(x)=kx \xrightarrow{(2,-1)} k=-\frac{1}{2}$ ✓

۷) $y=x[x]$

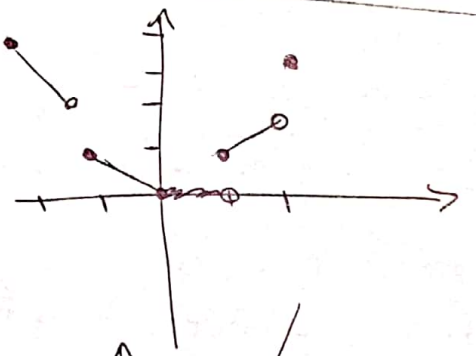
$-2 \le x < -1 \rightarrow -2x$

$-1 \le x < 0 \rightarrow -x$

$0 \le x < 1 \rightarrow 0$

$1 \le x < 2 \rightarrow x$

$x=2 \rightarrow 3 \neq 2x$

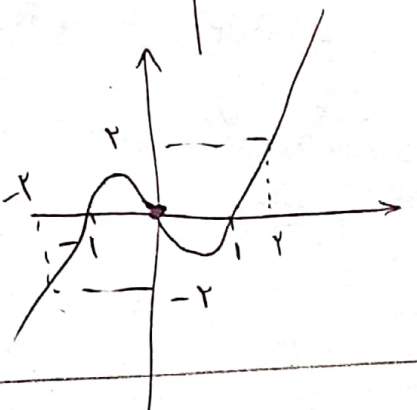


$R=[0,3]-\{2\}$ ✓

۶) $x|x|-x$

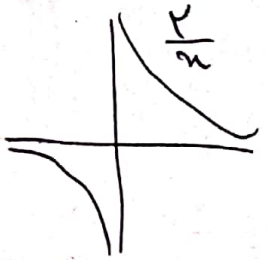
$x \ge 0 \rightarrow x^2-x$

$x \le 0 \rightarrow -x^2-x$



$R=[-2,2]$ ✓

۸) $y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2+x}=\frac{x+1+x+1}{x^2+x}=\frac{2(x+1)}{x(x+1)} \xrightarrow{a=-1} \frac{2}{x}$



$\rightarrow b=0$

$a+b=-2$

$R=\mathbb{R}-\{0,-1\} \qquad f(-1)=-2$

$R_f=\mathbb{R}-\{0,-2\}$

۹

$$f(x)=\frac{x-4\sqrt{x}+3}{x-2\sqrt{x}+1}\xrightarrow{\sqrt{x}=t} f(x)=\frac{t^2-4t+3}{t^2-2t+1}=\frac{(t-1)(t-3)}{(t-1)^2}$$

۲

$$=\frac{(t-3)}{(t-1)}=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$$

$\sqrt{x}=0 \rightarrow 3$

$\sqrt{x}=+\infty \rightarrow 1$

} حذف ریشه ۱ دارد $\rightarrow (-\infty,1)\cup[3,+\infty)$

۱۰

$$f(x)=\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1}$$ $\rightsquigarrow$ مجموع ضرایب ۰ پس ریشه ۱ دارد

۲

$$\begin{array}{l|l} x^3+2x^2-x-2 & x-1 \\ -x^3+x^2 & x^2+3x+2 \\ \hline 3x^2-x-2 & \\ -3x^2+3x & \\ \hline 2x-2 & \\ -\ 2x-2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$x^2+3x+2 \rightsquigarrow (x+1)(x+2)$

$$\rightarrow f(x)=\frac{(x-1)(x+1)(x+2)}{(x-1)(x+1)}=x+2$$

$x\neq \pm 1$

$x=1 \rightarrow x+2=3$

$x=-1 \rightarrow x+2=1$

$R=\mathbb{R}-\{1,3\}$

$1+3=4$

Scanned with CamScanner