

الف) $y = (x - 2[\frac{x}{2}])^2$
 از ۲ فاصله می‌کنیم
 $(2(\frac{x}{2} - [\frac{x}{2}]))^2$
 بین (۰ و ۱) $\times 2$
 بین (۰ و ۲) $\times 2$
 بین (۰ و ۴)

ب) $-\sin x + \log y - f = 0$
 $\log y = \sin x + f \rightarrow$
 $y = 10^{\sin x + f}$
 $\begin{matrix} \max & \sin x = 1 & = 10^5 \\ \min & \sin x = -1 & = 10^3 \end{matrix}$
 $Rf = [10^3, 10^5]$

روش اول: برد تابع درون رادیکال ایدست آورده و از آن جذری می‌گیریم
 $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x^2 - 9}}$
 $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9}$
 $x^2 = \frac{-9y + 4}{y - 1} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{9y - 4}{y - 1}}$
 روش دوم: روبرو x^2 بیار صفر و بیار $+\infty$ را به عبارت می‌دهیم
 $f(\infty) \rightarrow \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} = 1$ چون صفر می‌تواند صفر شود پس
 $f(0) = \frac{4}{9}$ جواب عبارت خارج این دو بازه قرار دارد
 جذری که $(-\infty, \frac{4}{9}] \cup (1, +\infty)$
 $[0, \frac{4}{9}] \cup (1, +\infty)$

الف) $f(x) = x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x + \frac{1}{x}}$
 و اگر $x = 1$ باشد
 در واقع $x = 1$ را جایگزین می‌کنیم
 تابع $x + \frac{1}{x}$ کمترین مقدارش $\frac{2}{x}$ است این دو را
 جایگزینی می‌کنیم
 $[2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$
 $x + \frac{1}{x} \xrightarrow{x \rightarrow \infty} = [2, +\infty)$
 با توجه به اینکه $x + \frac{1}{x}$ زیر $[-\infty, 2]$ بر $x = 1$ قرار دارد پس
 رادیکال قرار دارد پس می‌تواند منفی باشد پس $(x > 0)$

ب) $y = (3 - \sin x)(1 + \sin x)$
 $y = -\sin^2 x + 2\sin x + 3$
 $\begin{matrix} \sin x = -1 \rightarrow -(-1)^2 + 2(-1) + 3 = 0 \\ \sin x = 1 \rightarrow -(1)^2 + 2(1) + 3 = 4 \\ \sin x = -\frac{b}{2a} = -1 = 0 \end{matrix}$
 $Rf = [0, 4]$

$f(x) = -\frac{1}{3}x + 10$
 $Df = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $Rf = \{\frac{29}{3}, \frac{28}{3}, \frac{27}{3}, \frac{26}{3}, \frac{25}{3}, \frac{24}{3}, \frac{23}{3}, \frac{22}{3}, \frac{21}{3}\}$
 $-\frac{1}{3}(1) + 10 = \frac{29}{3}$
 $-\frac{1}{3}(2) + 10 = \frac{28}{3}$
 $-\frac{1}{3}(3) + 10 = \frac{27}{3} = 9$
 $-\frac{1}{3}(4) + 10 = \frac{26}{3}$
 $-\frac{1}{3}(5) + 10 = \frac{25}{3}$
 $-\frac{1}{3}(9) + 10 = 7 = \frac{21}{3}$
 مجموع اعضای برد $= \frac{29}{3} + \frac{21}{3} + \frac{28}{3} + \frac{26}{3} + \frac{25}{3} + \frac{24}{3} + \frac{23}{3} + \frac{22}{3} + \frac{20}{3} = \frac{225}{3} = 75$

اگر این تابع سهمی بود باید برای دامنه رو بازه در صورت سوال مطرح می‌کرد
 یا یک بازه می‌بسته است
 سهمی نیست و $a = 0$ و 2 ریشه عبارت است
 $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c} \rightarrow$
 $y = \sqrt{bx + c} \xrightarrow{x=2} y = \sqrt{2b + c} = 0 \rightarrow 2b + c = 0$
 $f(3) = 1 \rightarrow \sqrt{3b + c} = 1 \rightarrow 3b + c = 1$
 $\begin{cases} 2b + c = 0 \\ 3b + c = 1 \end{cases} \rightarrow b = 1, c = -2 \rightarrow y = \sqrt{x - 2}$
 برد تابع زیر رادیکال $(4, +\infty)$
 که اگر جذری بگیریم می‌شود $[2, +\infty)$

برای اینکه عبارت مقابل رو جواب داشته باشه خط
 Kn باید به صورت مقابل باشه.

$|n-2| - |n-1| = Kn$
 تابع سگسکه ای

$y = Kn \rightarrow (2, -1) \rightarrow 2K = -1$
 $\downarrow$
 $K = -\frac{1}{2}$

الف) $y = n[n]$

$-2 \leq n < -1 \rightarrow [n] = -2 \rightarrow y = -2n$
 $-1 \leq n < 0 \rightarrow [n] = -1 \rightarrow y = -n$
 $0 \leq n < 1 \rightarrow [n] = 0 \rightarrow y = 0$
 $1 \leq n < 2 \rightarrow [n] = 1 \rightarrow y = n$
 $n = 2 \rightarrow y = 2$

$R_f = [0, 2]$

ب) $y = n|n| - n$

$f(1) = 0$
 $f(0) = 0$
 $f(-1) = 0$

$n > 0 \rightarrow n^2 - n \rightarrow (2, 2)$
 $n < 0 \rightarrow -n^2 - n \rightarrow (-2, -2)$

$R_f = \mathbb{R}$

$y = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n^2+n}$
 خارج مشترک

$\Rightarrow y = \frac{2n+2}{n^2+n} \rightarrow y = \frac{2(n+1)}{n(n+1)}$ با شرط $n \neq -1$
 $y = \frac{2}{n}$

$\rightarrow n = \frac{2}{y} \rightarrow y \neq 0$ و $n \neq -1 \rightarrow -1 \neq \frac{2}{y}$
 $y \neq -2$

$\mathbb{R} - \left\{ \begin{matrix} -2, 0 \\ \downarrow \downarrow \\ a \quad b \end{matrix} \right\} \rightarrow a+b = -2$

$f(n) = \frac{n - 4\sqrt{n} + 3}{n - 2\sqrt{n} + 1} = \frac{(\sqrt{n}-1)(\sqrt{n}-3)}{(\sqrt{n}-1)^2} = \frac{\sqrt{n}-3}{\sqrt{n}-1}$

$\sqrt{n} = \frac{-y+3}{y-1} = \frac{y-3}{y-1}$ این شرط باید + باشه.

$\frac{y-3}{y-1} > 0 \rightarrow \frac{1}{1-1} + \frac{3}{1-1}$

$R_f = (-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$

$f(n) = \frac{n^3 + 2n^2 - n - 2}{n^2 - 1} \rightarrow$ عبارت را تجزیه می کنیم

$\frac{(n-1)(n^2+3n+2)}{n^2-1} = \frac{(n-1)(n+2)}{(n-1)}$

$y = n+2 \rightarrow$ بر دناغ $= \mathbb{R} \rightarrow n \neq -1, n \neq 1$ اما $n \neq -1, n \neq 1$ در خارج تابع بود و ما در واقع با این سگسکه صورت و خارج را با هم ساده کردیم

$f(1) = 3 \rightarrow y \neq 3$
 $f(-1) = 1 \rightarrow y \neq 1$

$\mathbb{R} - \{3, 1\}$ مجموعه $= 3+1=4$