دوازدهم سه‌شنبه ها

پارسین زندی

سؤال ①

الف) $y=(x-۲[\frac{x}{۲}])^{۲} \rightsquigarrow y=(۲(\underbrace{\frac{x}{۲}-[\frac{x}{۲}]}_{\bigcirc-[\bigcirc]}))^{۲} \rightsquigarrow$

$[۰,۱) \rightsquigarrow ۲[۰,۱)=[۰,۲)$

$\Rightarrow \boxed{R_f=[۰,۴)}$

ب) $-\sin x+\log y-۴=۰ \rightsquigarrow \log y=\sin x+۴ \rightsquigarrow y=۱۰^{\sin x+۴}$

$-۱\leq \sin x\leq ۱ \rightsquigarrow -۱+۴\leq \sin x+۴\leq ۱+۴ \rightsquigarrow ۳\leq \sin x+۴\leq ۵$

$\rightsquigarrow ۱۰^{۳}\leq y\leq ۱۰^{۵} \rightsquigarrow \boxed{R_f=[۱۰^{۳},۱۰^{۵}]}$

سؤال ②

$f(x)=\sqrt{\frac{x^{۲}-۴}{x^{۲}-۹}}$ $[a,b]\cup(c,+\infty)$ $a+b+c=?$

فرض $y=\frac{x^{۲}-۴}{x^{۲}-۹} \rightarrow yx^{۲}-۹y=x^{۲}-۴ \rightsquigarrow x=\pm\sqrt{\frac{۹y-۴}{y-۱}}$

$\frac{۹y-۴}{y-۱}\geq ۰$; $۹y-۴ \rightarrow y=\frac{۴}{۹}$; $y-۱ \rightarrow y=۱$

	$\frac{۴}{۹}$		۱	
+	۰	−	ت	+
ج	ج		ن	ج

$\rightsquigarrow (-\infty,\frac{۴}{۹}]\cup(۱,+\infty)$

$R_f=\sqrt{(۰,\frac{۴}{۹}]\cup(۱,+\infty)} \Rightarrow R_f=(\underset{a}{۰},\underset{b}{\frac{۲}{۳}}]\cup(\underset{c}{۱},+\infty)$

$\boxed{a+b+c=۰+\frac{۲}{۳}+۱=\frac{۵}{۳}}$

سؤال ③

الف) $f(x)=x+\frac{۱}{x}+۲\sqrt{x+\frac{۱}{x}}$

$x+\frac{۱}{x}\geq ۰ \Rightarrow \frac{x^{۲}+۱}{x}\geq ۰$ $x\neq ۰$

$x^{۲}+۱ \rightarrow x^{۲}=-۱$ غ ق ق

$x^{۲}+۱ \rightarrow$ همواره +

$x \rightarrow x>۰$

$x \rightarrow x=۰ \rightarrow$ همواره ⊕

?

$R=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

if $x>۰ \Rightarrow x+\frac{۱}{x}\geq ۲ \rightarrow [۲,+\infty)$

$x+\frac{۱}{x}=A \Rightarrow f(x)=A+۲\sqrt{A} \Rightarrow (\sqrt{A}+۱)^{۲}-۱ \Rightarrow \sqrt{A}+۱>۰ \rightarrow (\sqrt{A}+۱)-۱>-۱$

ب) $y=(۳-\sin x)(۱+\sin x) \rightsquigarrow y=-\sin^{۲}x+۲\sin x+۳$

$\Rightarrow$
- $\sin x=۱ \longrightarrow \boxed{y=۴}$ max
- $\sin x=-۱ \longrightarrow \boxed{y=۰}$ min
- $\sin x=-\frac{b}{۲a}= y=۴$

$\boxed{R_f=[۰,۴]}$

پارسی زندی

$f(x) = -\frac{۱}{۳}x+۱۰$ $-\frac{۹}{۳}+۱۰=۷$

سؤال ④

$D_f = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹\} \longrightarrow$ جایگذاری

$R_f = \{\frac{۲۹}{۳}, \frac{۲۸}{۳}, ۹, \frac{۲۶}{۳}, \frac{۲۵}{۳}, ۸, \frac{۲۳}{۳}, \frac{۲۲}{۳}, ۷\}$

$$S = \frac{(\frac{۲۱}{۳}+\frac{۲۹}{۳})\times ۹}{۲} = \boxed{۷۵}$$

سؤال ⑤

$f(x)=\sqrt{ax^۲+bx+c}$ $f(۳)=۱ \rightarrow \sqrt{۹a+۳b+c}=۱ \Rightarrow \boxed{۹a+۳b+c=۱}$

$g(x)=\sqrt{bx^۲+ax-۲c}$ $R_f=?$ $ax^۲+bx+c\geq ۰$

$\downarrow$

$a=۰ \rightarrow \boxed{۳b+c=۱}$ (I)

$D_f=[۲,+\infty) \Rightarrow x^۲$ ضریب $=۰ \Rightarrow \boxed{a=۰}$

$f(۲)=۰ \Rightarrow \sqrt{۲b+c}=۰ \Rightarrow \boxed{۲b+c=۰}$ (II)

$$\begin{cases}۳b+c=۱\\ ۲b+c=۰\end{cases}$$

$\boxed{c=-۲}$ $\boxed{b=۱}$

$g(x)=\sqrt{x^۲+۴} \Rightarrow x^۲+۴ \rightarrow x_{min}=-\frac{b}{۲a}=۰ \Rightarrow \sqrt{[۴,+\infty)}$

$\hookrightarrow y_{min}=۴$

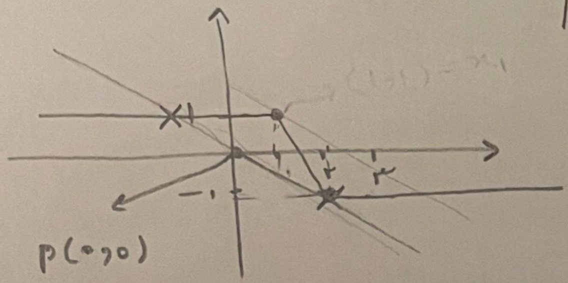
$\Rightarrow \boxed{R_g=[۲,+\infty)}$

سؤال ⑥

$|x-۲|-|x-۱|=kx$

$$f(x)=\begin{cases}۱ & x<۱\\ -۲x+۳ & ۱\leq x\leq ۲\\ -۱ & x>۲\end{cases}$$

$\begin{array}{c|c|c|c}۰ & ۱ & ۲ & ۳\\ ۱ & ۱ & -۱ & -۱\end{array}$



$(۰,۰)$ نقطه مبدأ

$(۲,-۱)$ نقطه روی نمودار

$\Rightarrow y=kx \Rightarrow \boxed{k=-\frac{۱}{۲}}$

$$\text{شیب خط} = \frac{-۱-۰}{۲-۰} = -\frac{۱}{۲}$$

سؤال ⑦

الف) $y=x[x]$ $[-۲,۲]$

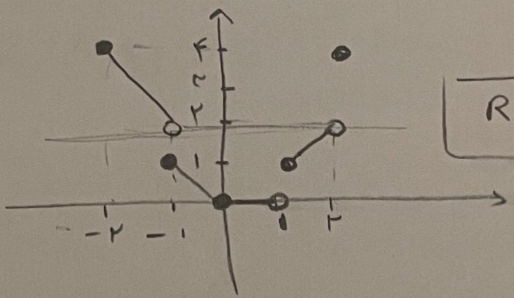
$-۲\leq x<-۱ \rightarrow \boxed{y=-۲x}$

$-۱\leq x<۰ \rightarrow \boxed{y=-x}$

$۰\leq x<۱ \rightarrow \boxed{y=۰}$

$۱\leq x<۲ \rightarrow \boxed{y=x}$

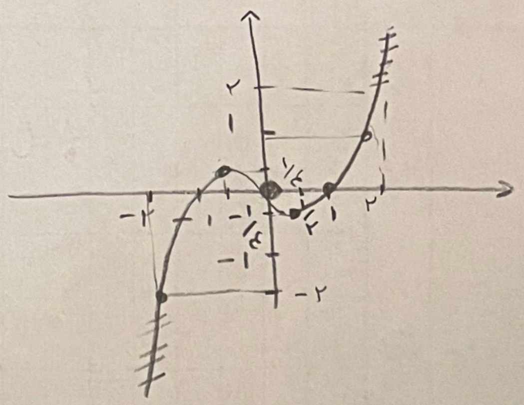
$x=۲ \rightarrow \boxed{y=۴}$



$\boxed{R_f=[۰,۴]-\{۲\}}$

ادامه سؤال ⑦

ب) $y = x|x| - x \begin{cases} x^۲ - x & ۰ < x \le ۲ \\ -x^۲ - x & -۲ \le x < ۰ \end{cases}$



$R_f = [-۲ , ۲]$

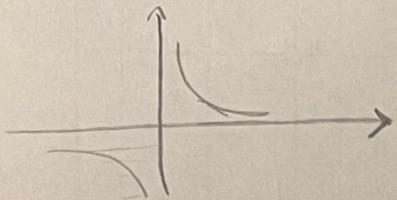
سؤال ⑧

$$y = \frac{۱}{x} + \frac{۱}{x+۱} + \frac{۱}{x^۲+x} = \frac{x+۱+x+۱}{x(x+۱)}$$

$R_f = R - \{a , b\}$

$$= \frac{۲x+۲}{x(x+۱)} = \frac{۲\cancel{(x+۱)}}{x\cancel{(x+۱)}} = \frac{۲}{x}$$

$a+b = ?$



$x \neq ۰$

$x \neq -۱ \rightarrow y = -۲$

$R - \{-۲ , ۰\}$

$\boxed{a+b = ۰ - ۲ = -۲}$

سؤال ⑨

$$f(x) = \frac{x - ۴\sqrt{x} + ۳}{x - ۲\sqrt{x} + ۱}$$

$x \geq ۰$

کمترین مقدار $x = ۰$ است

و بیشترین $+\infty$

$\xrightarrow{x \to ۰} \frac{۳}{۱} = ۳$

$\xrightarrow[x \to +\infty]{} \frac{x - ۴\sqrt{x}}{x - ۲\sqrt{x}} = ۱$

از مخرج صفر شود

$x - ۲\sqrt{x} + ۱ = ۰$

$\sqrt{x} = t \Rightarrow t^۲ - ۲t + ۱ = ۰$

$(t-۱)(t-۱) = ۰ \Rightarrow \boxed{t = ۱}$

$\sqrt{x} = ۱ \Rightarrow \boxed{x = ۱}$

$\boxed{R_f = (-\infty , ۱) \cup [۳ , +\infty)}$

سؤال ⑩

$$f(x) = \frac{x^۳ + ۲x^۲ - x - ۲}{x^۲ - ۱} = \frac{\cancel{(x^۲-۱)}(x+۲)}{\cancel{(x^۲-۱)}} = x + ۲ \Rightarrow R_f = R$$

$x^۳ + ۲x^۲ - x - ۲ \;\big|\; x^۲ - ۱$

$\quad x + ۲$

$\cancel{x^۳} - \cancel{x}$

$\cancel{۲x^۲} - \cancel{۲}$

$-\cancel{۲x^۲} - \cancel{۲}$

$۰ \quad ۰$

ولی

$x^۲ - ۱ = ۰$

$\Rightarrow x^۲ = ۱ \Rightarrow x = \pm ۱$

در این دو نقطه تعریف نشده است

$\xrightarrow{x = ۱} \boxed{y = ۳}$

$\xrightarrow[x = -۱]{} \boxed{y = ۱}$

$\Rightarrow \boxed{۱ + ۳ = ۴} \rightarrow$ مجموع ۲ عدد