مهسا نجاتی / تکلیف شماره‌ی ۴

①

الف) $y=\left(\underbrace{x-۲\left[\frac{x}{۲}\right]}\right)^{۲}$

$\hookrightarrow \div ۲ \rightarrow \frac{x}{۲}-\left[\frac{x}{۲}\right] \rightarrow [۰,۱) \xrightarrow{\text{توان } ۲} [۰,۱) \xrightarrow{\times ۲}$

$R_f=[۰,۲)$

ب) $-\sin x+\log y-۴=۰$

$\underset{\max}{\sin x}=۱ \rightarrow \log y=۴+۱ \rightarrow y=۱۰^{۵} \qquad R_f=[۱۰^{۳},۱۰^{۵}]$

$\underset{\min}{\sin x}=-۱ \rightarrow \log y=۴-۱ \rightarrow y=۱۰^{۳}$

---

②

$$f(x)=\sqrt{\frac{x^{۲}-۴}{x^{۲}-۹}}$$

$\underset{\min}{x}=۰ \rightarrow y=\frac{۲}{۳} \qquad \underset{\max}{x}=+\infty \rightarrow y=۱ \rightarrow$ مخرج کسر ریشه دارد پس
پس ۲ عدد

$R_f=[۰,\frac{۲}{۳}]\cup(۱,+\infty) \qquad a=۰ \quad b=\frac{۲}{۳} \quad c=۱$

$a+b+c=\frac{۵}{۳}$

---

③

الف) $f(x)=x+\frac{۱}{x}+۲\sqrt{x+\frac{۱}{x}}=\left(\sqrt{x+\frac{۱}{x}}+۱\right)^{۲}-۱$

$x_{\min}=۱ \rightarrow (\sqrt{۲}+۱)^{۲}-۱=۲+۲\sqrt{۲}+۱-۱=۲+۲\sqrt{x}$

$x_{\max}=+\infty \rightarrow (\infty+۱)^{۲}-۱=+\infty \qquad R_f=[۲+۲\sqrt{۲},+\infty)$

ب) $y=(-\sin x+۳)(\sin x+۱)$

$y=-\sin^۲ x+۲\sin x+۳$

$\underset{\min}{\sin x}=-۱\to y=-۱-۲+۳=۰$ $\sin x=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۲}{-۲}=۱\to y=۴$

$\underset{\max}{\sin x}=۱\to y=-۱+۲+۳=۴$

$R_f=[۰,۴]$

---

۴)

$f(x)=-\frac{۱}{۳}x+۱۰$

$D_f=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹\}$

$R_f=\left\{\frac{۲۹}{۳},\frac{۲۸}{۳},\frac{۲۷}{۳},\frac{۲۶}{۳},\frac{۲۵}{۳},\frac{۲۴}{۳},\frac{۲۳}{۳},\frac{۲۲}{۳},\frac{۲۱}{۳}\right\}\longrightarrow$ جمعشان =

$\frac{۲۲۵}{۳}=۷۵$

---

۵)

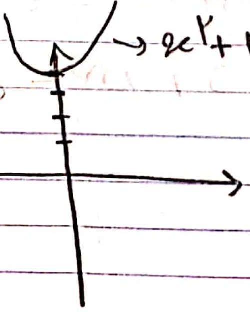
$f(x)=\sqrt{ax^۲+bx+c}\to D_f=[۲,+\infty)\quad f(۳)=۱$

$g(x)=\sqrt{bx^۲+ax-۲c}$

معادله‌ی $f(x)$ باید توان ۱ باشد (معادله‌ی خط باشد) زیرا اگر سهمی باشد یا دو ریشه دارد یا یک ریشه‌ی مضاعف دارد که اینگونه دامنه IR می‌شود پس $a=0$

$$\begin{cases} f(۳)=۳b+c=۱\\ f(۲)=۲b+c=۰\end{cases}$$

$b=۱\,,\,c=-۲$



$\to x^۲+۴\to[۴,+\infty)$

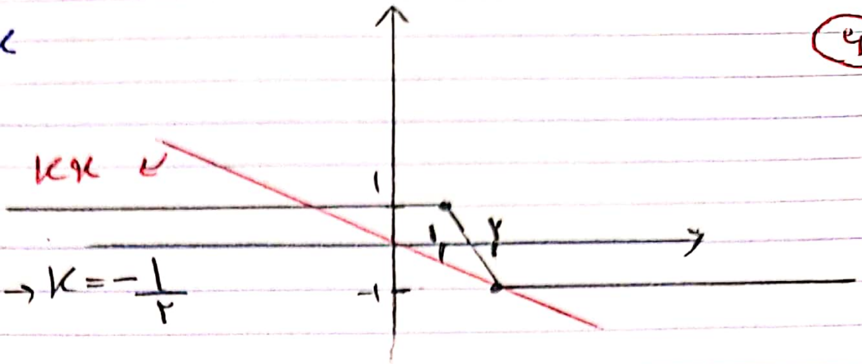
$g(x)=\sqrt{x^۲+۴}$

$IR=[\sqrt{۴},+\infty)=[۲,+\infty)$

(۶)

$|x-۲|-|x-۱|=kx$

تابع سرسره‌ای $\leftarrow$ یا



$kx=y \xrightarrow{(۲,-۱)} ۲k=-۱ \rightarrow k=-\frac{۱}{۲}$

(۷)

الف) $y=x[x]$ $\quad [-۲,۲]$

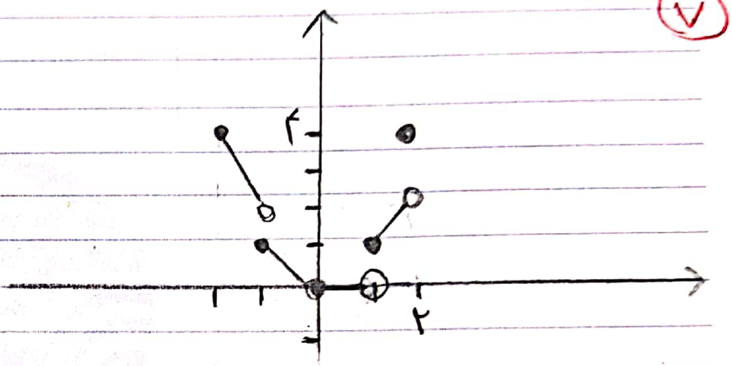
$x=[-۲,-۱) \rightarrow [x]=-۲ \rightarrow y=-۲x$

$x=[-۱,۰) \rightarrow [x]=-۱ \rightarrow y=-x$

$x=[۰,۱) \rightarrow [x]=۰ \rightarrow y=۰$

$x=[۱,۲) \rightarrow [x]=۱ \rightarrow y=x$

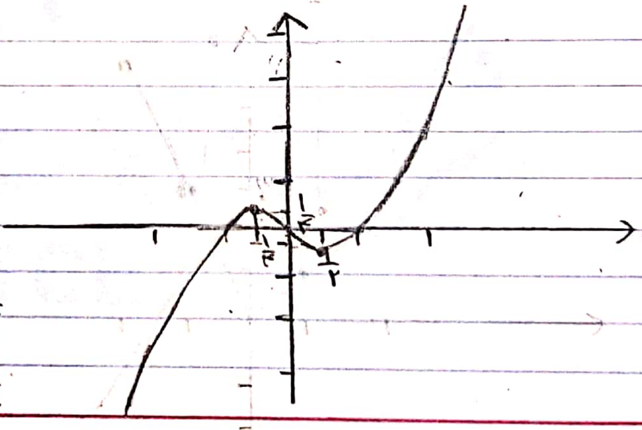
$x=۲ \rightarrow y=۴$



ب) $y=x|x|-x$

$x \geqslant ۰ \rightarrow y=x^۲-x \rightarrow$ اکسترمم $\left|\begin{matrix}\frac{۱}{۲}\\ -\frac{۱}{۴}\end{matrix}\right.$

$x<۰ \rightarrow y=-x^۲-x \rightarrow$ اکسترمم $\left|\begin{matrix}-\frac{۱}{۲}\\ \frac{۱}{۴}\end{matrix}\right.$



(۸)

$R_f=\mathbb{R}-\{a,b\}$

$y=\frac{۱}{x}+\frac{۱}{x+۱}+\frac{۱}{\underbrace{x^۲+x}_{x(x+۱)}}$

$y=\frac{x+۱+x+۱}{x^۲+x}=\frac{۲x+۲}{x^۲+x}=\frac{۲\cancel{(x+۱)}}{x\cancel{(x+۱)}}=\frac{۲}{x}=y \rightarrow x\neq -۱,۰$

$\rightarrow y\neq -۲,۰$

$R_f=\mathbb{R}-\{-۲,۰\} \rightarrow a+b=-۲+۰=-۲$

Scanned by CamScanner

⑨

$$f(x)=\frac{x-۴\sqrt{x}+۳}{x-۲\sqrt{x}+۱}$$

$$y=\frac{(\sqrt{x}-۱)^۲-۲(\sqrt{x}-۱)}{(\sqrt{x}-۱)^۲}=\frac{\cancel{(\sqrt{x}-۱)}(\sqrt{x}-۳)}{(\sqrt{x}-۱)^۲}=\frac{\sqrt{x}-۳}{\sqrt{x}-۱}=y$$

$$\sqrt{x}=\frac{y-۳}{y-۱}\to\frac{y-۳}{y-۱}\geq ۰\to\begin{array}{ccccc} & ۱ & & ۳ & \\ \hline + & \emptyset & - & ۰ & + \end{array}$$

$$R_f=(-\infty,۱)\cup[۳,+\infty)$$

---

⑩

$$f(x)=\frac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{x^۲-۱}=\frac{x(x^۲-۱)+۲(x^۲-۱)}{x^۲-۱}=$$

$$\frac{\cancel{(x^۲-۱)}(x+۲)}{\cancel{(x^۲-۱)}}=x+۲=y$$

مخرج نمی‌تواند صفر باشد پس ریشه های
۱ و ۱- داریم که قابل قبول نیستند

$x=۱\to y=۳\quad x=-۱\to y=۱\to$ پس در برد این ۲ عدد مجاز نیستند

$۳+۱=۴$