

سوال ۱)

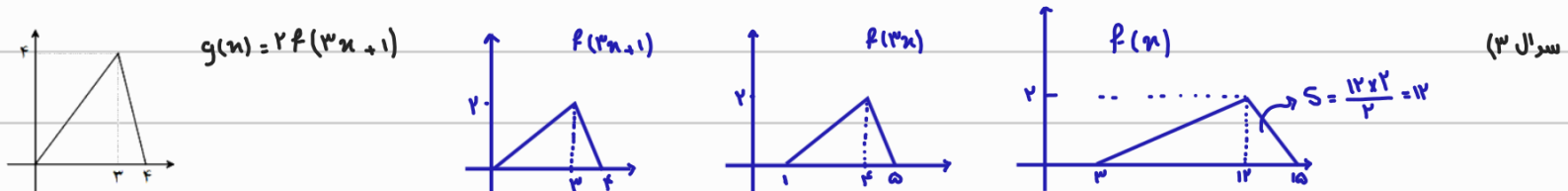
$$f(x) \rightarrow D_f = [-4, 2] \rightarrow f(3x-2) \quad x=-4 \rightarrow f(-14), \quad x=2 \rightarrow f(4) \Rightarrow D_{f(3x-2)} = [-14, 4]$$

$$b) f(3x-2) \rightarrow [-4, -2] \rightarrow -4 \leq 3x-2 \leq -2 \rightarrow -\frac{2}{3} \leq x \leq 0 \rightarrow D_f = [-\frac{2}{3}, 0]$$

سوال ۲) ی دایم ترین نسبت به خط $y=9$ یعنی همان محلی که در آن تابع همیشه از این تابع کوچکتر باشد نقطه برخورد $f(x)$ با خط $y=9$ همان نقطه‌ای برخورد $f(x)$ با خط $y=9$ است پس در اینجا می‌توانیم از این نکته استفاده کنیم:

$$f(x) = x + \sqrt{x-2} \xrightarrow[\text{راست}]{\text{دایم}} x-2 + \sqrt{x-2}$$

$$x-2 + \sqrt{x-2} = x \rightarrow \sqrt{x-2} = 2 \Rightarrow x=8 \rightarrow y=9$$



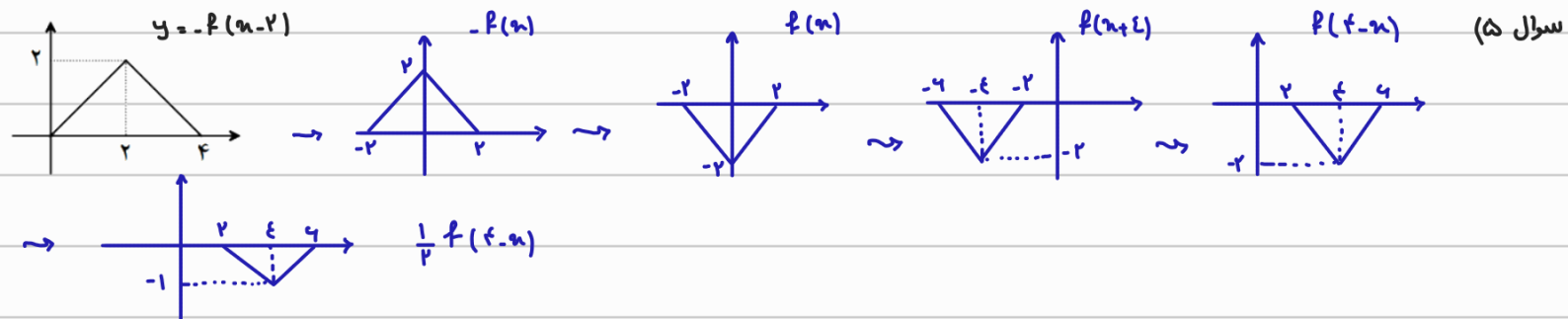
سوال ۴) تغییرات اعمال شده روی x را می‌نویسیم

تغییرات y به ترتیب اول ضرب در ۳ و جمع اعمال می‌شود

$$A(2, -3) \rightarrow \frac{x}{3} - \frac{a}{3} = 2 \rightarrow 2 + \frac{a}{3} = \frac{x}{3} \rightarrow 4 + a = x$$

$$2(-3) + a = -4 + a$$

$$A'(4+a, -4+a) \xrightarrow[\text{صحت می‌دهد}]{y=2x-a} -4+a = 8+2a-8 \rightarrow a=-4$$

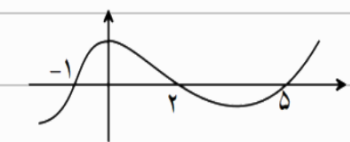


سوال ۶) ریشه‌های $f(x)$ را با اعمال تغییرات بدست می‌آوریم

$f(3x-1) \rightarrow -1 = 3x-1 \rightarrow x=0$
 $2 = 3x-1 \rightarrow x=1$
 $5 = 3x-1 \rightarrow x=2$

$g(x) = \sqrt{-(x+2)f(3x-1)} \rightarrow -(x+2)f(3x-1) \geq 0$

$-\frac{2}{3} + \frac{0}{3} - \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \rightarrow D_g = [-2, 0] \cup [1, 2]$



سوال ۷)

$f(x) = |2x-3|+1 \xrightarrow{\text{دایم به ۳}} |2(x+k)-3|+1 \xrightarrow{\text{دایم به ۳}} |2x+2k-3|-2$

$$g(x) = f(x) \rightarrow |2x+2k-3|-2 = |2x-3|+1$$

محلی که برخورد می‌شود $x=0$ بوده است

$$x=0 \rightarrow |2k-3|-2 = |0-3|+1 \rightarrow |2k-3|=4 \rightarrow 2k-3=4 \rightarrow k=3.5$$

$$\rightarrow 2k-3=-4 \rightarrow k=-0.5$$

سوال ۸)

$$f(n) = \frac{2n-1}{n+1} \rightarrow g(n) = -f(n) = -\frac{2n-1}{n+1} \rightarrow h(n) = g\left(\frac{n}{2}\right) = -\frac{2\left(\frac{n}{2}\right)-1}{\frac{n}{2}+1} = -\frac{2n-2}{n+2} \xrightarrow[\text{انتقال به اندازه } k \text{ واحد به بالا}]{\text{انتقال به اندازه } k} f(n) = h(n) + k = -\frac{2n-2}{n+2} + k$$

مجاوب افقی $f(n)$: وقتی n به بی نهایت می رود $f(n)$ به ۲ نزدیک می شود

$$\text{مجاوب افقی } h(n) \text{ وقتی } n \text{ به بی نهایت می رود } h(n) \text{ به } 2-k \text{ نزدیک می شود پس از انتقال } k \text{ واحد به بالا مجاوب افقی } f(n) \text{ می شود } 2-k$$

در این حالت دو تابع هر دو به سمت ۲ میل می کنند و محولاً یا بی نهایت نقدی مشترک دارند یا دقیقاً نقدی مشترک یا هیچ نقدی مشترک

نقطه مجاوب افقی $f(n)$ با مجاوب افقی $f(n)$ برابر باشد یعنی: $k=4 \rightarrow k=2$

$$k=4 \rightarrow f(n) = -\frac{2n-3}{n+3} + 4 \rightarrow f(n) = \frac{-(2n-3) + 4(n+3)}{n+3} = \frac{2n+15}{n+3} \rightarrow f(n) = \frac{2n+15}{n+3} = \frac{2n-1}{n+1}$$

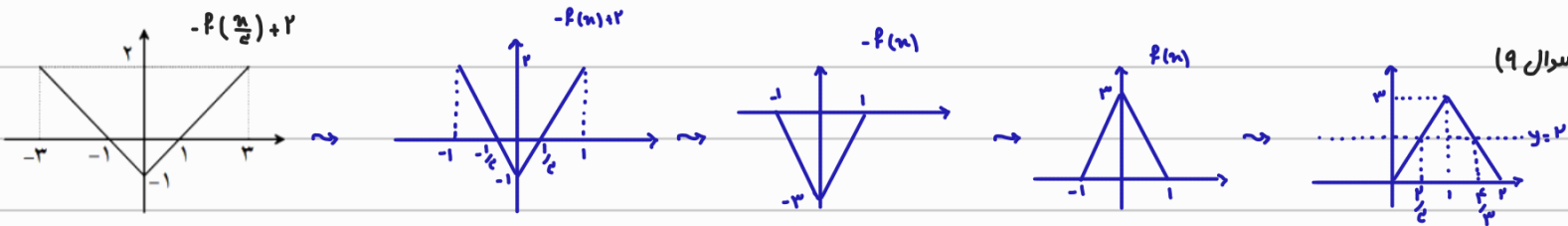
نقطه مجاوب افقی $f(n)$ با $f(n)$ برابر می باشد

$$(2n+15)(n+1) = (2n-1)(n+3) \rightarrow 2n^2 + 17n + 15 = 2n^2 + 5n - 3 \rightarrow 12n = -18 \rightarrow n = -\frac{3}{4}$$

نقطه مجاوب داریم همچنین این n در دامنه هر دو تابع است

پس برای $k=4$ دو نمودار نقطه نقدی مشترک دارند

سوال ۹)

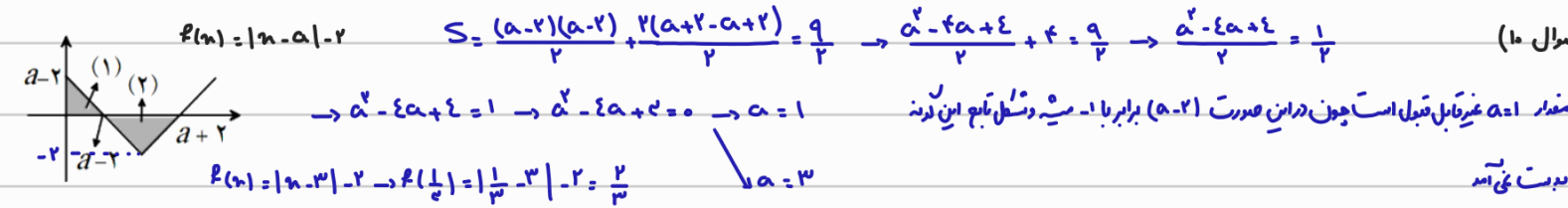


$$S = \frac{\left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3}\right) \times 1}{2} = \frac{1}{3}$$

معادله خط را به دست می آوریم و آن را مساوی ۲ قرار می دهیم تا نقطه بر دست آید

$$3n = 2 \rightarrow n = \frac{2}{3} \quad \text{و} \quad 3n + 4 = 2 \rightarrow n = -\frac{2}{3}$$

سوال ۱۰)



$$S = \frac{(a-2)(a-2)}{2} + \frac{2(a+2-a+2)}{2} = \frac{q}{2} \rightarrow \frac{a^2 - 4a + 4}{2} + \frac{4}{2} = \frac{q}{2} \rightarrow \frac{a^2 - 4a + 4}{2} = \frac{q}{2}$$

$$\rightarrow a^2 - 4a + 4 = 1 \rightarrow a^2 - 4a + 3 = 0 \rightarrow a = 1$$

مقدار $a=1$ غیر قابل قبول است چون در این صورت $(a-2)$ برابر با ۱- می شود و مثل تابع این نمی تواند

$$f(n) = |n-3| - 2 \rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) = \left|\frac{1}{3} - 3\right| - 2 = \frac{8}{3}$$

دست نمی آید