

سوال ۱) تابع $f(n)$ صعودی است (الته این تابع در $x=3$ ناپیوسته است)
 ولی چون در این نقطه محض به بالا در دو این ناپیوستگی باعث نزولی شدن نمی شود استای نازاریا

$$f(n+2) = \begin{cases} 3n+5 & ; n \geq 1 \\ 4n-1 & ; n < 1 \end{cases} \rightarrow f(n) = \begin{cases} 3(n-2)+5 & ; n-2 \geq 1 \\ 4(n-2)-1 & ; n-2 < 1 \end{cases} \rightarrow f(n) = \begin{cases} 3n-1 & ; n \geq 3 \\ 4n-9 & ; n < 3 \end{cases}$$

$$y = \sqrt{f(3-n) - f(n+1)} \quad f(3-n) > f(n+1) \xrightarrow{\text{تابع صعودی}} 3-n > n+1 \rightarrow 2n < 2 \rightarrow n < 1 \rightarrow D_y = (-\infty, 1]$$

سوال ۷) از صعودی بودن $f(n)$ نتایج اجزای تابع نتیجه می گیریم این تابع صعودی است

$$f(n) = (n^3 + n)^3$$

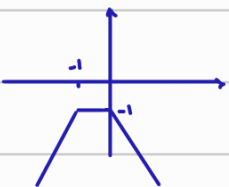
$f \circ f(n) < f(n^3) \rightarrow f(n) < n^3 \rightarrow (n^3 + n)^3 < n^3 \xrightarrow{\text{تقسیم}} n^3 + n < n \rightarrow n^3 < 0 \rightarrow n < 0 \rightarrow n \in (-\infty, 0)$

سوال ۳) با توجه به شکل این تابع ناپیدا است

$$y = \ln\left(n^2 + \frac{1}{n}\right) \quad y = \begin{cases} n^3 + 1 & ; n > 0 \\ -n^3 - 1 & ; n < 0 \end{cases}$$


سوال ۴) $f(n) = \frac{2n+1}{|n|-|n+1|} \times \frac{x(|n|+|n+1|)}{x(|n|+|n+1|)} = \frac{(2n+1)(|n|+|n+1|)}{n^2 - (n+1)^2} = \frac{(2n+1)(|n|+|n+1|)}{n^2 - n^2 - 2n - 1} = \frac{(2n+1)(|n|+|n+1|)}{-(2n+1)} = -(|n|+|n+1|)$

$a=0 \rightarrow$ با توجه به شکل تابع در بازه $[-\infty, \infty)$ صعودی است



سوال ۵) از آنجایی که صفا $1, \frac{1}{2}, 0$ است داریم ما همده است پس باید $x^3 - 2x - 8$ هم صفت نزدیکی و $x < -2$ یا $x > 4$

انتخاب کنیم تا در هر دو تابع صعودی شود.

در بازه‌ای که هم نزولی است $f(n)$ صعودی $|n| < 1$ و $g(n)$ نزولی $|n| > 1$ ، $g(n)$ صعودی $|n| > 1$ ، $g(n) = x^3 - 2x - 8$

$\Rightarrow$ بازه $(-\infty, -2)$ نزولی $\rightarrow g(n)$ نزولی $\rightarrow f(n)$ صعودی

سوال ۶) $f(n) = (a^3 - 3)^n$

الف) این تابع دتی صعودی است که باید آن بزرگتر از یک باشد:

$$a^3 - 3 > 1 \rightarrow a^3 > 4 \rightarrow a > \sqrt[3]{4} \quad a^3 - 3 < 1 \rightarrow a^3 < 4 \rightarrow a < \sqrt[3]{4}$$

ب) حالا اگر نخواهیم تابع صعودی باشد می توانیم حالت a یا a بزرگتر یا مساوی یک و در نظر بگیریم که به ازای $a = \pm 2$ تابع ثابت می شود:

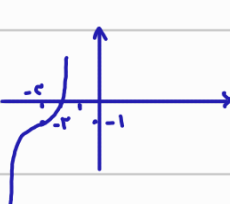
$$a^3 - 3 \geq 1 \rightarrow a^3 \geq 4 \rightarrow a \geq \sqrt[3]{4} \quad a^3 - 3 \leq 1 \rightarrow a^3 \leq 4 \rightarrow a \leq \sqrt[3]{4}$$

$$a^3 - 3 = 0 \rightarrow a^3 = 3 \rightarrow a = \sqrt[3]{3} \rightarrow a \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \cup \{\pm \sqrt[3]{3}\}$$

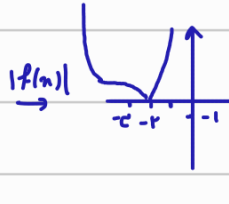
سوال ۷) تابع f تقابلی می باشد (۵) هست پس با انتقال سعی کنیم به نقطه $(-1, -2)$ برسیم

$$f(n) = n^3 + an^2 + bn + c \quad (-3, -1)$$

شکل $f(n)$ را رسم می کنیم $f(n) = (n+3)^3 - 1$



پس این تابع از $[-2, +\infty)$ صعودی است $k_{min} = -2$



سوال ۸) برای اینکه تابع $f \circ f(n)$ تعریف شود باید $f(n) \geq 0$ باشد:

$$f(n) = n + \sqrt{n} - 2 \rightarrow \text{تابع صعودی} \quad D_f = n \geq 0 \quad \sqrt{n} = t \rightarrow t^2 + t - 2 \geq 0$$

$(t+2)(t-1) \geq 0 \rightarrow \sqrt{n} \geq 1 \rightarrow n \geq 1$

دو مقدار صحیح $\rightarrow 1, 2 \rightarrow n = 1, 2 \rightarrow 1, 2$

$$f \circ f(n) < f(\sqrt{n}) \xrightarrow{\text{تابع صعودی}} f(n) < \sqrt{n} \rightarrow n + \sqrt{n} - 2 < \sqrt{n} \rightarrow n - 2 < 0 \rightarrow n < 2$$

$$f(n) = \sqrt[n]{9 \cos^2 n - 1} - \sqrt[n]{1 - 9 \cos^2 n} = \sqrt[n]{9 \cos^2 n - 1} - \sqrt[n]{- (9 \cos^2 n - 1)} = \sqrt[n]{t} - \sqrt[n]{-t} \rightarrow \text{یہ ایک سرسری اس}$$

سوال ۹

$$-1 \leq \cos n \leq 1 \rightarrow -1 \leq 9 \cos^2 n - 1 \leq 8 \rightarrow -1 \leq t \leq 8 \quad / \Rightarrow f_{\max} \stackrel{t=8}{=} \sqrt[8]{8} - \frac{1}{\sqrt[8]{8}} = \frac{1\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2}} = b, \quad f_{\min} \stackrel{t=-1}{=} \frac{1}{\sqrt[8]{-1}} - \sqrt[8]{-1} = \frac{-1}{\sqrt[8]{-1}} = a$$

$$b - a = \frac{1\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2}} + \frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2}}$$

$$f(n) = n - \lceil n+r \rceil = n - \overbrace{\lceil n \rceil}^{[0,1]} - r \rightarrow R_f = [-r, -1]$$

سوال ۱۰

$$g(n) = \frac{r^n - r^{-n}}{r} \rightarrow \text{یہ سرسری} \quad g_{\max} = \frac{r^{-1} - r^1}{r} = \frac{\frac{1}{r} - r}{r} = -\frac{w}{r} \quad g_{\min} = \frac{r^{-r} - r^r}{r} = \frac{\frac{1}{r} - r}{r} = \frac{-1\sqrt{2}}{r}$$

$$R_{gof}(n) = \left[\frac{-1\sqrt{2}}{r}, -\frac{r}{r} \right]$$