۱۷/۷۵

نام و نام خانوادگی دلارام میرزابابائیان ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۹..... کلاس دوازدهم دختر B

۱

$f(\underbrace{x+۲}_{m=x+۲}) = \begin{cases} ۳x+۵ & x \geq ۱ \to ۳(m-۲)+۵ = ۳m-۱ \quad m-۲ \geq ۱ \to m \geq ۳ \\ ۴x-۱ & x < ۱ \to ۴(m-۲)-۱ = ۴m-۹ \quad m-۲ < ۱ \to m < ۳ \end{cases}$

$x = m-۲$

$f(m) = \begin{cases} ۳m-۱ & m \geq ۳ \\ ۴m-۹ & m < ۳ \end{cases} \to f(۳-x) \begin{cases} ۳(۳-x)-۱ = ۸-۳x & x \leq ۰ \\ ۴(۳-x)-۹ = ۳-۴x & x > ۰ \end{cases}$ ①

$۳-x \geq ۳$

$x+۱ \geq ۳ \to x \geq ۲$

$f(x+۱) = \begin{cases} ۳(x+۱)-۱ = ۳x+۲ & x \geq ۲ \\ ۴(x+۱)-۹ = ۴x-۵ & x < ۲ \end{cases}$ ②

بررسی بازه‌ها:

①∩② $\to x \in (-\infty, ۰] =$ ①

① $\boxed{x \leq ۰} \xrightarrow{①,②} ۸-۳x-(۴x-۵) = ۱۳-۷x \to x \leq \frac{۱۳}{۷}$ کل بازه ق ق

$۰ < x < ۲ \xrightarrow{①,②} ۸-۸x \to \boxed{۰ < x \leq ۱}$ ق ق ② قسمتی از بازه

$x \geq ۲ \xrightarrow{①,②} ۱-۷x \to x \leq \frac{۱}{۷}$ غ ق ق

در دامنه اصلی نیست

✓ ②

۲

$f(x) = (x^۳+x)^۳ \to$ صعودی

$\cancel{f}(f(x)) < \cancel{f}(x^۳) \longrightarrow f(x) < x^۳ \longrightarrow (x^۳+x)^۳ < x^۳$

$\xrightarrow{\sqrt[۳]{\ }} x^۳+x < x \longrightarrow x^۳ < ۰ \longrightarrow \boxed{x < ۰}$ ✓

②

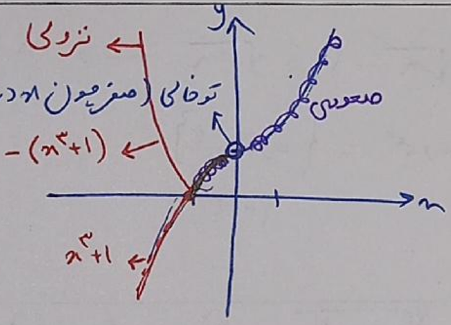
۳

$y = |x|(x^۲ + \frac{۱}{x})$

(صفر چون x در مخرج هم هست در دامنه نیست)

$\begin{cases} x^۳+۱ & x \geq ۰ \\ -x^۳-۱ & x < ۰ \end{cases}$

$-(x^۳+۱)$



از $(-\infty, -۱]$ نزولی

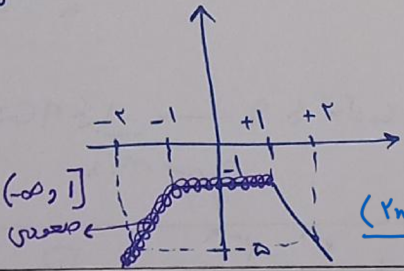
از $[-۱, +\infty)$ صعودی

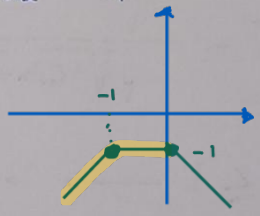
✓ ②

۴

$f(x) = \frac{۲x+۱}{|x|-|x+۱|} \qquad (-\infty, a]$ صعودی $\qquad Max\ a = ? \longrightarrow Max\ a = +۱$

$\begin{cases} ۲x+۱ & x < -۱ \\ -۱ & -۱ \leq x \leq ۰ \\ -۲x-۱ & x > ۰ \end{cases}$



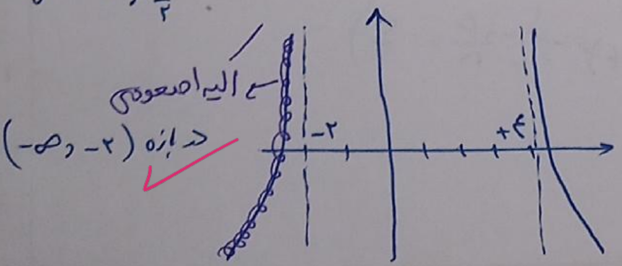


$\frac{(۲x+۱)(|x|+|x+۱|)}{-۲x-۱} = -|x|-|x+۱|$

①

۵

$y = \log_{\frac{۱}{۲}}(x^۲-۲x-۸) \to (x-۴)(x+۲) \qquad \begin{array}{ccccc} & -۲ & & ۴ & \\ \hline + & ۰ & - & ۰ & + \end{array} \qquad D_y = (-\infty, -۲) \cup (۴, +\infty)$



②

۶

الف)

$F(x) = (a^۲ - ۳)^x$

$a^۲ - ۳ > ۱ \to a^۲ > ۴$

$\boxed{a > ۲ , a < -۲}$

صعودی اکید

ب)

$a^۲ - ۳ \geq ۱$

$a^۲ \geq ۴$

$\boxed{a \geq ۲ \text{ و } a \leq -۲}$

$a^۲ - ۳ = ۰$

$a = \pm\sqrt{۳}$

تابع ثابت صفر هم می‌تواند باشد

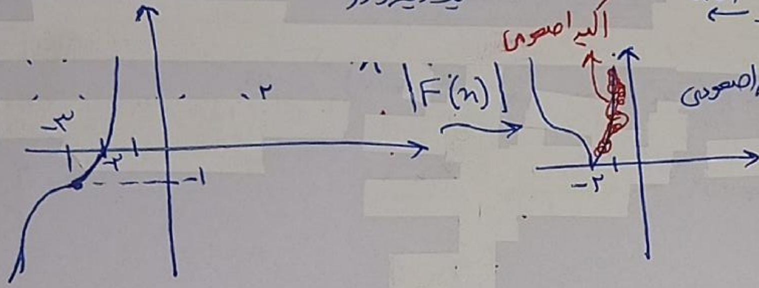
۱/۵

۷

$F(x) = x^۳ + ax^۲ + bx + c \xrightarrow[\text{مماس}]{\text{فقط}} (-۳,-۱) \xrightarrow{\text{عطف و ۲}} y = a(x+۳)^۳ - ۱$

یک ریشه دارد

ضریب $x^۳$ یک $\to a = ۱$



اکیداً صعودی $\to (-۲,-\infty)$

$\boxed{\text{Min } K = -۲}$

۲

۸

$F(x) = x + \sqrt{x} - ۲ \qquad F(F(x)) \leq F(\sqrt{x})$

صعودی

$F(x) \leq \sqrt{x} \to x + \cancel{\sqrt{x}} - ۲ \leq \cancel{\sqrt{x}} \to x - ۲ \leq ۰ \to x \leq ۲$

و $\sqrt{x} \to x \geq ۰$ مجموعه جواب $= \{۰, ۱, ۲\}$

$D_{fof} \to f(x) \in D_f \to \overset{۲-۳}{x + \sqrt{x} - ۲ \geq ۰} \to (\sqrt{x}+۲)(\sqrt{x}-۱) \geq ۰ \to x \geq ۱$

$\to ۱ \leq x \leq ۲$

۱,۲۵

۹

$F(x) = ۲^{\sqrt[۳]{۹\cos^۲x - ۱}} - ۲^{\sqrt[۳]{۱ - ۹\cos^۲x}} \qquad R_F = [a,b] \qquad b - a?$

$۲^{\sqrt[۳]{۹\cos^۲x-۱}} - \frac{۱}{۲^{\sqrt[۳]{۹\cos^۲x-۱}}} = F(x) \to R = [\underbrace{-\tfrac{۳}{۲}}_{a}, \underbrace{\tfrac{۱۵}{۴}}_{b}] \quad b - a = \frac{۱۵}{۴} + \frac{۳}{۲} = \boxed{\frac{۲۱}{۴}}$

$۰ \leq \cos^۲x \leq ۱ \longrightarrow ۰ \leq ۹\cos^۲x \leq ۹ \longrightarrow \underbrace{-۱}_{} \leq ۹\cos^۲x - ۱ \leq \underbrace{۸}_{}$

$-\frac{۳}{۲} \leftarrow \text{Min} \qquad \frac{۱۵}{۴} \leftarrow \text{Max}$

۲

۱۰

$F(x) = x - [x+۲] \ , \ g(x) = \frac{۲^x - ۲^{-x}}{۲} \qquad R_{gof} = ?$

$R_F = [-۲, -۱)$

Min Max $\longrightarrow g(x) = -\frac{۳}{۴}$

$g(x) = -\frac{۱۵}{۸}$

$R(gof) = [-\frac{۱۵}{۸}, -\frac{۳}{۴})$

۲