راه‌حل سوال ۱ و سوال ۴ و سوال ۱۰ پایین صفحه نوشته شد

دوازدهم دختر - B

خورشید احمدی

۱۴/۵

① ۱)

$\Rightarrow f(x)=\begin{cases} ۳x-۱ & x\geq ۳ \\ ۴x-۹ & x<۳ \end{cases}$

$\Rightarrow f(x+۱)=\begin{cases} ۳x-۴ & x\geq ۴ \\ ۴x-۱۳ & x<۳ \end{cases}$

$\Rightarrow f(۳-x)=\begin{cases} ۸-۳x & x\leq ۰ \\ ۳-x & x>۰ \end{cases}$

$\Rightarrow f(۲x)\geq f(x+۱$

۰		۴
$۸-۳x\geq ۴x-۱۳$	$۳-x\geq ۴x-۱۳$	$۳-x\geq ۳x-$
$x\leq ۳$	$x\leq ۳/۲$	$x\leq \frac{۷}{۴}$

$\Rightarrow D_f=(-\infty,\ ۳/۲]\cup(۴,\frac{۷}{۴}]$

---

۲) $f(x)=(x^۳+x)^۳\ ,\ f(x^۳)>fof(x)\xrightarrow{\text{صعودی اکید است}} f^{-1}(fof(x))<f^{-1}(f(x^۳))$

②

$\rightarrow f(x)<x^۳\longrightarrow (x^۳+x)^۳<x^۳\rightarrow x^۳+x<x\rightarrow x^۳<۰$

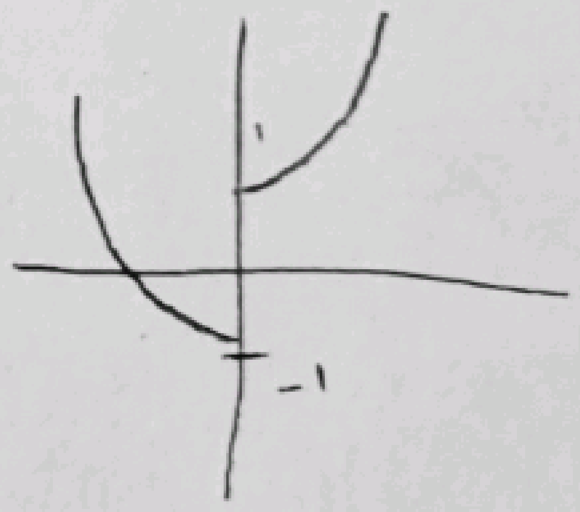
$\Rightarrow \boxed{x<۰}$ ✓

---

۳)

$x>۰\xrightarrow{} f(x)=x^۳+۱$

$x<۰\rightarrow f(x)=-x^۳-۱\longrightarrow$



۲/

⇒ غیریکنوا است.

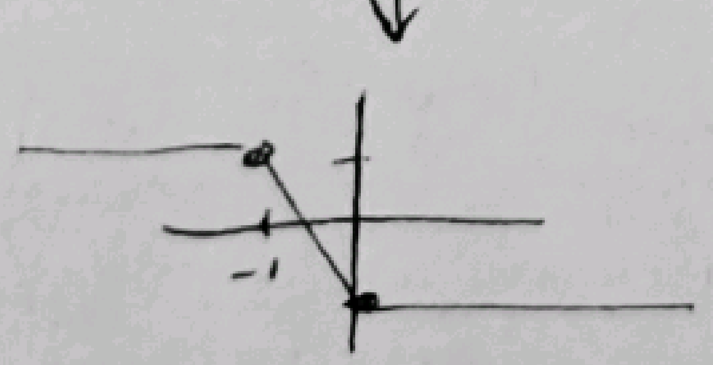
✓

---

۴) $f(x)=\frac{۲x+۱}{|x|-|x+۱|}$ → صعودی اکید

در $x<-۱$ صعودی است $\Rightarrow f(x)=\frac{۲x+۱}{۱}=۲x+۱$

۰/۷۵



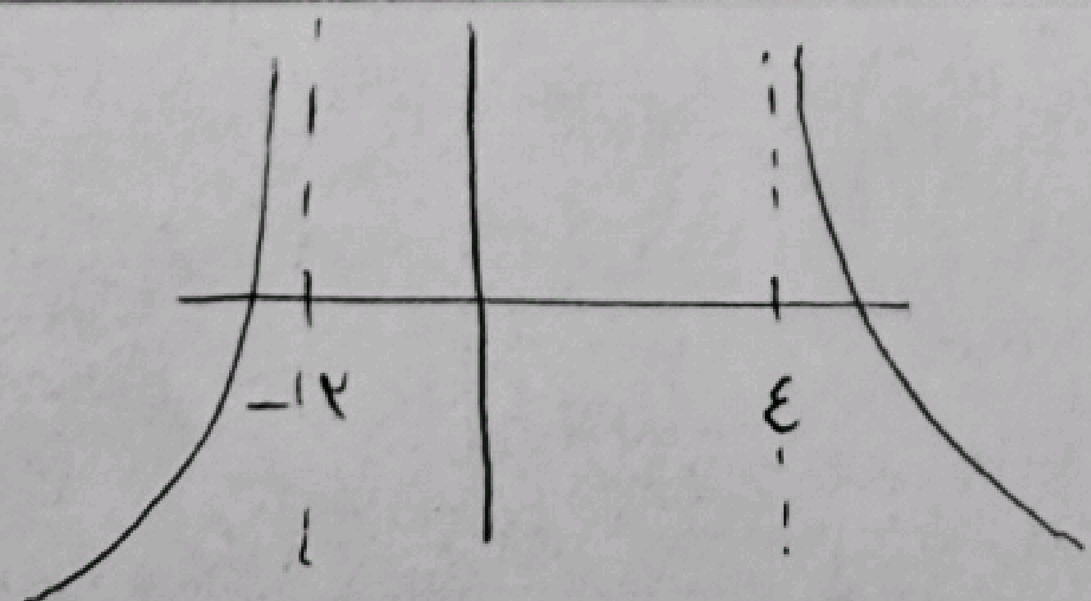
$\Rightarrow(-\infty,a]=(-\infty,-۱]\Rightarrow\boxed{a=-۱}$

(بیشترین مقدار a)

---

۵)

$g(x)=\left(\frac{۱}{۲}\right)^{x^۲-۲x-۸}$ با رسم تابع $\longrightarrow$



$\Rightarrow(-\infty,-۲)$ در صعودی اکید است.

②

✓

$x^۲-۲x-۸>۰\rightarrow(x-۴)(x+۲)>۰ \ \langle\ x=-۲$

۶)

$f(x) = (a^۲ - ۳)^x$

الف) ۲

$\xrightarrow{f\ \text{صعودی اکید است}} a^۲ - ۳ > ۱ \Rightarrow a^۲ > ٤ \rightarrow \boxed{a > ۲ \cup a < -۲}$

$\xrightarrow{f\ \text{صعودی است.}} a^۲ - ۳ \geq ۱ \ ,\ a^۲ - ۳ = ۰$

$\longrightarrow a \geq ۲ \ ,\ a \leq -۲$

$\longrightarrow a = \pm\sqrt{۳}$

$\Rightarrow (-\infty, -۲] \cup [۲, +\infty)$ $\cup \{\pm\sqrt{۳}$

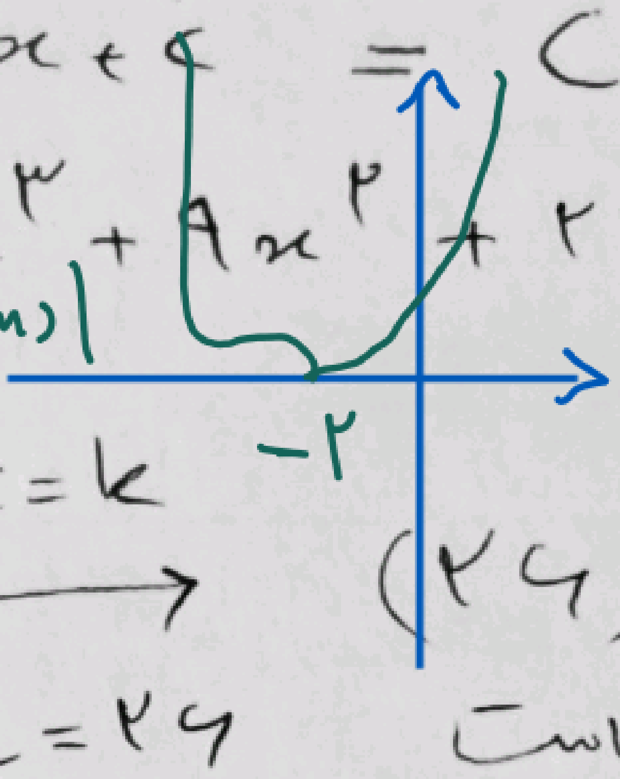
---

۷) .۷۵

$f(x) = x^۳ + ax^۲ + bx + c = (x+۳)^۳ - ۱$

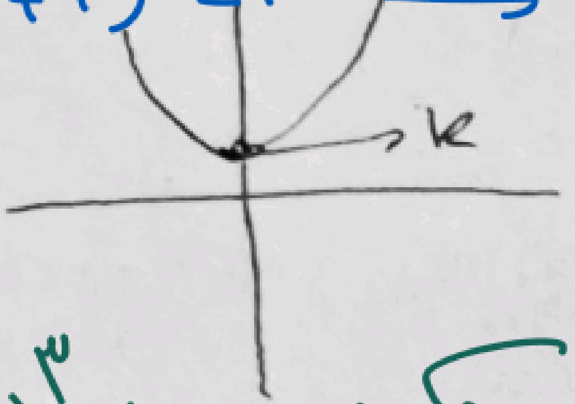
$x^۳ + ax^۲ + bx + c = x^۳ + ۹x^۲ + ۲۷x + ۲۶ \Rightarrow \begin{cases} a = ۹ \\ b = ۲۷ \\ c = ۲۶ \end{cases}$

$f(x) = (x+۳)^۳ - ۱ \longrightarrow$



$\rightarrow k < -۲$

$|f(x)| \rightarrow$



$\xrightarrow{c = k} (۲۶, +\infty)$

$c = ۲۶$ صعودی است $\Rightarrow \boxed{k_{min} = ۲۶}$

$f(x) < ۰ \rightarrow (x+۳)^۳ - ۱ = ۰ \rightarrow \boxed{x = -۲}$

---

۸)

$fof(x) \leq f(\sqrt{x}) \xrightarrow{f^{-1}} f(x) \leq \sqrt{x} \xrightarrow{f(x) = x + \sqrt{x} - ۲}$

$D_{fof} \rightarrow f(x) \in D_f \xrightarrow{f\ \text{صعودی اکید است}} x + \sqrt{x} - ۲ \geq ۰$

۱٫۲۵

$x + \sqrt{x} - ۲ \leq \sqrt{x} \longrightarrow x \leq ۲ \xrightarrow{D_f = [۰, +\infty)} ۰ \leq x \leq ۲$

$(\sqrt{x} + ۲)(\sqrt{x} - ۱) \geq ۰ \rightarrow \sqrt{x} \geq ۱ \rightarrow x \geq ۱ \Rightarrow$ $\boxed{\text{شامل ۳ عدد است}}$

---

۹)

$f(x) = ۲^{\sqrt[۳]{۹\cos^۲ x - ۱}} - ۲^{\sqrt[۳]{۱ - ۹\cos^۲ x}}$, $R_f = [a, b]$

۲

$\xrightarrow{\cos x = ۰} f_{(\frac{\pi}{۲} + k\pi)} = ۲^{-۱} - ۲^{۱} = \frac{۱}{۲} - ۲ = \boxed{\frac{-۳}{۲}}$, $\xrightarrow{\cos x = \pm ۱} f(k\pi) = ۲^{۲} - ۲^{-۲} = ٤ - \frac{۱}{٤} = \frac{۱۵}{٤}$

$\Rightarrow R_f =$ [illegible] $\left[\frac{-۳}{۲}, \frac{۱۵}{٤}\right] \Rightarrow b - a = \frac{۱۵}{٤} + \frac{۳}{۲} = \boxed{\frac{۲۱}{٤}}$

$۰ \leq x - [x] < ۱$

۰٫۷۵

$\left.\begin{aligned} f(x) &= x - [x] - ۲ \\ g(x) &= \frac{۲^x - ۲^{-x}}{۲} \end{aligned}\right\} \Rightarrow gof(x) = \frac{۲^{x - [x] - ۲} - ۲^{[x] - x + ۲}}{۲}$

$-۱ < [x] - x \leq ۰$

$gof_{min}(x) = -\frac{۸}{٤}$

$gof_{max}(x) = -\frac{۷}{۸}$

$\Rightarrow \boxed{R = \left(-\frac{۸}{٤}, -\frac{۷}{۸}\right)}$

سوال ۱

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & x \ge 1 \\ 4x-9 & x < 1 \end{cases}$$

شیب خط ها مثبت است ← f صعودی است

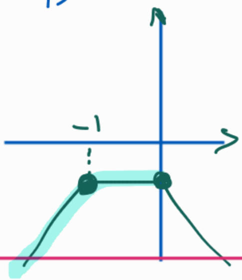
$$f(3-x) \ge f(x+1) \xrightarrow[\text{چون } f \text{ صعودی است}]{f^{-1} \text{ می‌زنیم}} 3-x \ge x+1$$

$$\boxed{x \le 1}$$

سوال ۴

$$\frac{|x|-|x+1|}{2x+1} \times \frac{(|x|+|x+1|)}{(|x|+|x+1|)} = \frac{(|x|+|x+1|)\ 2x+1}{-2x-1}$$

$$f(x) = -|x|-|x+1|$$



ثابت $[-1, 0]$

صعودی $(-\infty, -1]$ → صعودی $(-\infty, 0]$

سوال ۱۰

$$0 \le x-[x] < 1 \rightarrow -2 \le x-[x]-2 < -1$$

$$\hookrightarrow R_f = [-2, -1)$$

$$\begin{cases} \dfrac{2^{-2}-2^{2}}{2} = -\dfrac{15}{8} \\[2ex] \dfrac{2^{-1}-2^{1}}{2} = -\dfrac{3}{4} \end{cases} \rightarrow R_{g \circ f} = \left[-\frac{15}{8}, -\frac{3}{4}\right)$$