حل تاسیسی دوازدهم B

(۱)

$f(x+2)=\begin{cases}3(x+2)-1 & x\ge1\to x+2\ge3\\ 4(x+2)-9 & x<1\to x+2<3\end{cases}$

$f(3-x)\begin{cases}3(3-x)-1 & 3-x\ge3\to 0\ge x\\ 4(3-x)-9 & 3-x<3\to 0<x\end{cases}$

$f(x+1)\begin{cases}3(x+1)-1 & x+1\ge3\to x\ge2\\ 4(x+1)-9 & x+1<3\to x<2\end{cases}$

$x\ge2\to y=\sqrt{12-4x-9-3x-3+1}=\sqrt{-7x+1}$ I

$2>x>0\to y=\sqrt{12-4x-9-4x-4+9}=\sqrt{-8x+8}$ II

$0\ge x\to y=\sqrt{9-3x-1-4x-4+9}=\sqrt{-7x+13}$ III

I: $\frac{1}{7}$: $+\ \ -$ $\xrightarrow{\cap}\emptyset$

II: 1 : $+\ \ -$ $\xrightarrow{\cap}[0,1]$

III: $\frac{13}{7}$: $+\ \ -$ $\xrightarrow{\cap} x\le0$

$\cup \to (-\infty,1]$

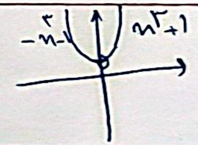
(۲) تابع $f(x)$ اکیداً صعودی است $\leftarrow f^{-1}of(x)<f^{-1}f(x^3)\leftarrow f(x)<x^3$

$(x^3+x)^3<x^{3\cdot3}\to x^3+x<x\to x^3<0\to x<0$

(۳) $x\neq0$ غیریکنوا ← $x>0$ صعودی ، $x<0$ نزولی

$x>0\to x^3+1$

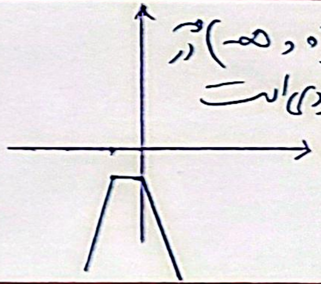
$x<0\to -x^3-1$ $\to$



(۴)

	-1	0	
$\frac{2x+1}{-x+x+1}=2x+1$		$\frac{2x+1}{-x-x-1}=\frac{2x+1}{-2x-1}=-1$	$\frac{2x+1}{x-x-1}=\frac{2x+1}{-1}=-2x-1$

در $(-\infty,0]-\{\frac{1}{2}\}$ صعودی است



$a=0$

(۵) $\log_{2^{-1}}^{x^2-2x-8}\to-\log_2^{x^2-2x-8}\to 0<x^2-2x-8\le1$

$0<x^2-2x-8\to$ $+\ \ -\ \ +$

$0<(x-4)(x+2)$

$(-\infty,-2)\cup(4,+\infty)$ I

$x^2-2x-9\le0\to$ ریشه‌ها $=\frac{2\pm\sqrt{4+36}}{2}=\frac{2\pm2\sqrt{10}}{2}=1\pm\sqrt{10}$

$1-\sqrt{10}$ ، $1+\sqrt{10}$: $+\ \ -\ \ +$

II $[1-\sqrt{10},1+\sqrt{10}]$

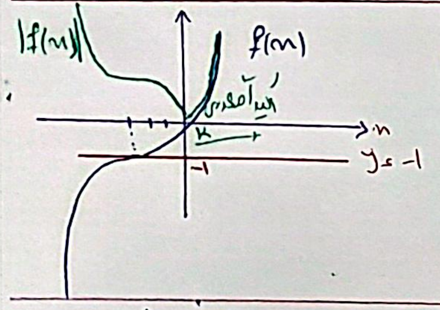
$I\cap II\to[1-\sqrt{10},-2)\cup(4,1+\sqrt{10}]$ ← در این بازه اکیداً صعودی است

(۶) الف) $1<a^2-3\to 0<a^2-4$ $\frac{-2\quad 2}{+\ \ -\ \ +}$ $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

ب) $1\le a^2-3\to 0\le a^2-4$ $\frac{-2\quad 2}{+\ \ -\ \ +}$ $\to(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

$a^2-3=0\to a=\pm\sqrt{3}$ $\cup\{-\sqrt{3},\sqrt{3}\}$

(۷)



$(x-3)^3-1=f(x)$

$(x-3)^3-1=0\to(x-3)^3=1\to x-3=1$

$x=4$ $\to$ $k=4$

(۸) $f^{-1}of(x)\le f^{-1}f(\sqrt{x})\to f(x)\le\sqrt{x}\to x+\sqrt{x}-2\le\sqrt{x}$

$x-2\le0\to x\le2$ II

$x\ge0$ I چون $\sqrt{x}$ داریم

$\to 0\le x\le2 \to 0,1,2$ ← ۳ عدد صحیح

(۹) $\cos x=1\xrightarrow{max}2^{\sqrt[3]{8}}-2^{\sqrt[3]{-8}}\to2^2-2^{-2}=4-\frac{1}{4}=3.75$

$\cos x=-1$

$\cos x=0\xrightarrow{min}2^{\sqrt[3]{0-1}}-2^{\sqrt[3]{1-0}}\to2^{-1}-2=\frac{1}{2}-2=-1.5$ پس $R_f=[-1.5,3.75]$

$a=-1.5$ ، $b=3.75$ $\to b-a\to3.75+1.5\to 5.25$

(۱۰) $f(x)=x-[x]-2$

$gof=\frac{2^{x-[x]-2}-2^{-x+[x]+2}}{2}=\frac{\frac{2^{x-[x]}}{4}-2^{-x+[x]}\times4}{2}=\frac{\frac{2^{x-[x]}}{4}-\frac{1}{2^{x-[x]}}\times4}{2}$

$0\le t<1$

$-\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{-3\times\frac{1}{4}}{2}\leftarrow\frac{\frac{1}{4}-\frac{1}{1}\times4}{2}\leftarrow\frac{\frac{2}{4}-\frac{1}{2}\times4}{2}$

R_{gof} $[-\frac{3}{2},-\frac{3}{4})$