

• فصل اول

$$n+1 \leq t \Rightarrow n \leq t-1 \quad f(n) = \begin{cases} t(t-1) + 1 & t-1 \geq 1 \\ t(t-1) - 1 & t-1 < 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$f(n) = \begin{cases} t_{n-1} & n \geq t \\ \Sigma a - 1 & n < t \end{cases} \quad f(t-n) = \begin{cases} t(t-n) - 1 & t-n \geq t \Rightarrow n \leq 0 \\ t(t-n) - 1 & t-n < t \Rightarrow n > 0 \end{cases}$$

$$f(n+1) = \begin{cases} t(n+1) - 1 & n+1 \geq t \Rightarrow n \geq t-1 \\ t(n+1) & n+1 < t \Rightarrow n < t-1 \end{cases}$$

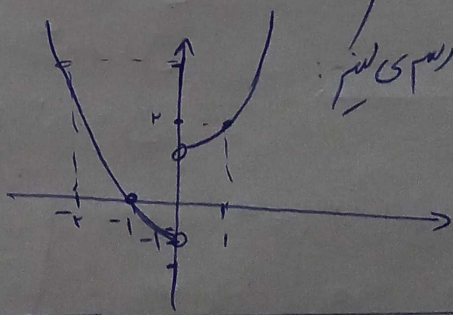
(2) چون تابع f صعودی است پس داریم $\frac{f(n)}{n} < \frac{f(n+1)}{n+1}$

$$f(n) < f(n+1)$$

$$\Rightarrow f(n) < n^t \Rightarrow n^t > (n^t + n) \Rightarrow n > n^t + n$$

$$\Rightarrow n^t < 0 \Rightarrow n < 0 \quad (-\infty, 0)$$

$$y = \begin{cases} x \times \frac{n^t+1}{n} \times x^{t+1} & n > 0 \\ -x \times \frac{n^t+1}{n} \times x^{t+1} & n < 0 \end{cases} \quad \ln \left(x^t + \frac{1}{n} \right) = \ln \left(\frac{n^t+1}{n} \right)$$



$$\lim_{n \rightarrow \infty} a = 0 \quad \ln 2 = 0 \quad n \geq 0 \quad (n+1) = 0 \quad n = -1$$

$$\frac{t_{n+1}}{-x + x + 1} = \frac{t_{n+1}}{-x - x - 1} = \frac{t_{n+1}}{-1} = -t_{n+1}$$

در بازه $(-\infty, -1)$ تابع صعودی است

در بازه $(-\infty, 0)$ تابع صعودی است

در بازه $a \geq 0$ است

⑥ $y = \frac{x^2 - 2m - 1}{x^2 - 2x + 1}$ $\Rightarrow m^2 - 2m - 1 > 0$ $(m-2)(m+2) > 0$ $\Rightarrow \frac{-2 \pm 2}{+1-1} = \dots$
 $D_y = (2, +\infty) \cup (-\infty, -2)$

در بازه $(2, +\infty)$ با افزایش x مقدار y افزایش می‌یابد و به سمت $+\infty$ میل می‌کند. در بازه $(-\infty, -2)$ با افزایش x مقدار y افزایش می‌یابد و به سمت $+\infty$ میل می‌کند.

$x = -3 \Rightarrow y = \frac{9 - 2m - 1}{9 - 2(-3) + 1} = -2, \dots$

$x = -4 \Rightarrow y = \frac{16 - 2m - 1}{16 - 2(-4) + 1} = -4$

⑦ برای اینکه $y = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 2x + 1}$ صفری نداشته باشد باید $x^2 - 3 > 0$ داشته باشد.

لذا $x^2 - 3 > 0 \Rightarrow x^2 > 3 \Rightarrow |x| > \sqrt{3}$

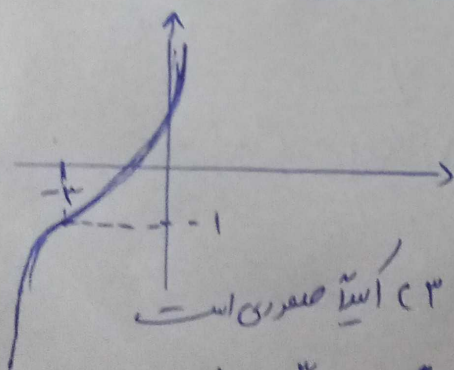
ب) از طرفی اگر $y = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 2x + 1}$ صفری داشته باشد باید $x^2 - 3 = 0$ داشته باشد.

$x^2 - 3 > 0 \Rightarrow x^2 > 3 \Rightarrow |x| > \sqrt{3}$

و همچنین $x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$

$|x| > \sqrt{3} \vee \{ -\sqrt{3}, \sqrt{3} \}$

⑧ شکل تابع را رسم می‌کنیم چون درجه تابع برابر ۳ است پس می‌توانیم شکلی مانند شکل زیر داشته باشیم.



در بازه $(-\infty, +\infty)$ $y = (x+3)^3 - 1$ صفری است.

کسر $\frac{y}{x}$ $k = 3$

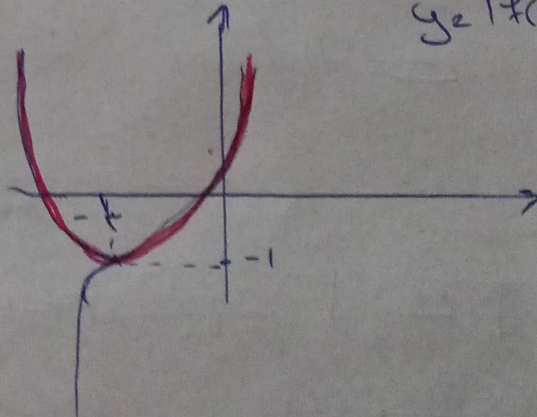
$\min k = 3$

$y = (x+3)^3 - 1$

$y = x^3 + 2x^2 + 9x^2 + 2xm - 1$

$y = x^3 + 9x^2 + 2xm + 2y$

و تابع را با $y = |f(x)|$ غورا.



تالیف 9

سید الهادی

در این بخش به بررسی تابع $f(x) = x - \lfloor x \rfloor + 2$ می‌پردازیم.

نشان دهیم که $f(x) \in [0, 2]$

(9)

$$f(x) = x - \lfloor x \rfloor + 2 \Rightarrow f(x) \leq 2$$

$D_f = [0, +\infty)$

$$\Rightarrow x - \lfloor x \rfloor + 2 \leq 2 \Rightarrow x - \lfloor x \rfloor \leq 0 \Rightarrow x \leq \lfloor x \rfloor$$

$$\underline{[0, 2]} \longrightarrow$$

از آنجا که $x \geq 0$ و $x - \lfloor x \rfloor \leq 0$ داریم.

نشان دهیم که $f(x) \geq 0$ و $f(x) \leq 2$ برای هر $x \in \mathbb{R}$.

(9)

$$f(x) = x - \lfloor x \rfloor + 2 \Rightarrow f(x) \leq 2 \Rightarrow x - \lfloor x \rfloor \leq 0 \Rightarrow x \leq \lfloor x \rfloor$$

$$f(x) = x - \lfloor x \rfloor + 2 \Rightarrow f(x) \geq 0 \Rightarrow x - \lfloor x \rfloor \geq -2 \Rightarrow x \geq \lfloor x \rfloor - 2$$

$$R_f = [-2, 2] \Rightarrow \frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$f(x) = x - \lfloor x \rfloor + 2 \quad g(x) = \frac{x^n - x^{-n}}{2}$$

(10)

$$g(x) = \frac{x^n - x^{-n}}{2} \Rightarrow g(x) = \frac{x^n - x^{-n}}{2}$$

$$g(x) = \frac{x^n - x^{-n}}{2} \Rightarrow g(x) = \frac{x^n - x^{-n}}{2}$$

$$0 \leq x - \lfloor x \rfloor < 1 \Rightarrow -1 < \lfloor x \rfloor - x \leq 0$$

$$\frac{x^n - x^{-n}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2x^n} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2x^n}$$

$$\frac{x^n - x^{-n}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2x^n} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2x^n}$$

$$R_{gof} = [\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$$