۲۰ آذر ۹۶

آرالای یکا - تکلیف ۹:

1- $\underbrace{f(x+2)}_{t} = \begin{cases} 3(t-2)+5 & t-2 \geq 1 \\ 4(t-2)-1 & t-2 < 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 3x-1 & x \geq 3 \\ 4x-9 & x < 3 \end{cases}$ ← تابع اکیدا صعودی است *

دامنه ← $f(3-x) - f(x+1) \geq 0 \Rightarrow f(3-x) \geq f(x+1)$ $\xrightarrow{*}$ $3-x \geq x+1 \Rightarrow 2x \leq 2 \Rightarrow x \leq 1$

$D_g = (-\infty, 1]$

2

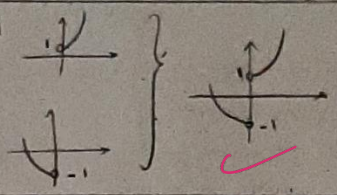
2- $\underbrace{f(f(x))}_{\text{صعودی}} < f(x^3) \rightarrow f(x) < x^3 \Rightarrow (x^3+x)^3 < x^3 \xrightarrow{\sqrt[3]{\ }} x^3+x < x \Rightarrow x^3 < 0 \Rightarrow x < 0$

$(-\infty, 0)$ ← بعده جواب

2

3- $y = |x|(x^2+\frac{1}{x})$ $x > 0 \Rightarrow x(x^2+\frac{1}{x}) = x^3+1$

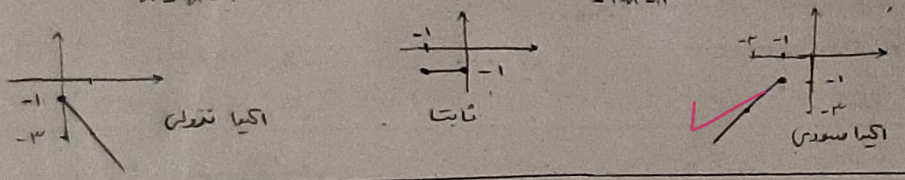
$y = |x|(x^2+\frac{1}{x})$ $x < 0 \Rightarrow -x(x^2+\frac{1}{x}) = -x^3-1$



⇒ تابع نامکنوا

2

4- $x \geq 0 \rightarrow \frac{2x+1}{x-x-1} = -2x-1$ $\quad -1 \leq x \leq 0 \rightarrow \frac{2x+1}{-2x-1} = -1$ $\quad x \leq -1 \rightarrow \frac{2x+1}{1} = 2x+1$



اکیدا نزولی — ثابت — اکیدا صعودی

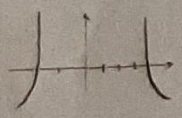
⇒ اگر هر ۳ ضابطه را روی یک محور نگشیم از $(-\infty, 0]$ صعودی خواهد بود ⇐ $a = 0$

2

5- $x^2-2x-8 > 0$ $\quad (x-4)(x+2) > 0 \rightarrow x < -2,\ x > 4$ $\quad \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2} = 1$ $\quad x \leq 1$ نزولی $\xrightarrow{\cap}$ $(-\infty, -2)$ ⇐ اکیدا صعودی

چون باید نزولی باشد

(به کمک راس سهمی می‌یابیم در کدام دامنه سهمی نزولی است)



2

6- الف) $a^2-3 > 1 \Rightarrow a^2 > 4 \rightarrow a > 2$, $a < -2$

$(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

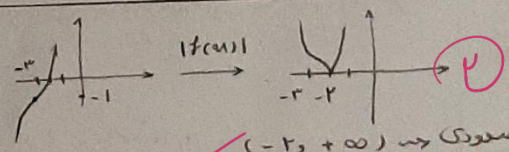
ب) اگر $a = \pm 2$ باشد داریم 1^{x} که برد تابع برابر با $\{1\}$ است که صعودی محسوب نمی‌شود.

اگر $a = \pm\sqrt{3}$ باشد داریم 0^{x} که باز هم صعودی محسوب نمی‌شود

$\Rightarrow (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \cup \{\pm\sqrt{3}\}$

2

7- به کمک نقطه داده شده: $(-3, -1) \Rightarrow (x-(-3))^3 - 1 \Rightarrow (x+3)^3 - 1$: $f(x)$ را می‌یابیم



صعودی ← $(-2, +\infty)$

$k = -2$

2

8- $f(x) = x + \sqrt{x} - 2 \xrightarrow{x>0}$ صعودی $\quad f \circ f(x) \leq f(\sqrt{x}) \Rightarrow f(x+\sqrt{x}-2) \leq f(\sqrt{x}) \Rightarrow x+\sqrt{x}-2 \leq \sqrt{x}$

چون $\sqrt{x}$ همواره مثبت است پس $f(x)$ هم باید همواره مثبت باشد

$\Rightarrow x-2 \leq 0 \rightarrow x \leq 2$

$f(x) > 0 \rightarrow x+\sqrt{x}-2 > 0 \rightarrow \underbrace{(\sqrt{x}+2)}_{+}(\sqrt{x}-1) > 0 \Rightarrow \sqrt{x}-1 > 0 \Rightarrow x \geq 1$

$[1, 2]$ ← شامل ۲ عدد صحیح

2

9- $0 \leq \cos^2 x \leq 1 \rightarrow 0 \leq 9\cos^2 x \leq 9 \Rightarrow -1 \leq 9\cos^2 x - 1 \leq 8 \Rightarrow -1 \leq \underbrace{\sqrt[3]{9\cos^2 x - 1}}_{T} \leq 2 \Rightarrow 2^T - 2^{-T}$; $-1 \leq T \leq 2$

$T = -1 \Rightarrow 2^{-1} - 2^1 = \frac{-3}{2} \rightarrow a$ $\quad T = 2 \Rightarrow 2^2 - 2^{-2} = \frac{15}{4} \rightarrow b$ $\quad b - a = \frac{15}{4} - (\frac{-3}{2}) = \frac{21}{4}$

2

10- $f(x) = x - [x] - 2$ $\quad$ if $x \in \mathbb{Z} \rightarrow f(x) = -2$ $\quad g \circ f(x) = \frac{2^{-2} - 2^2}{2}, \frac{\frac{1}{4} - 4}{2}, \frac{-15}{8}$

if $x \notin \mathbb{Z} \rightarrow +1, -2, -1$ $\quad g \circ f(x) = \frac{2^{-1} - 2^1}{2} = \frac{\frac{1}{2} - 2}{2}, \frac{-3}{4}$

$[\frac{-15}{8}, \frac{-3}{4}]$

2